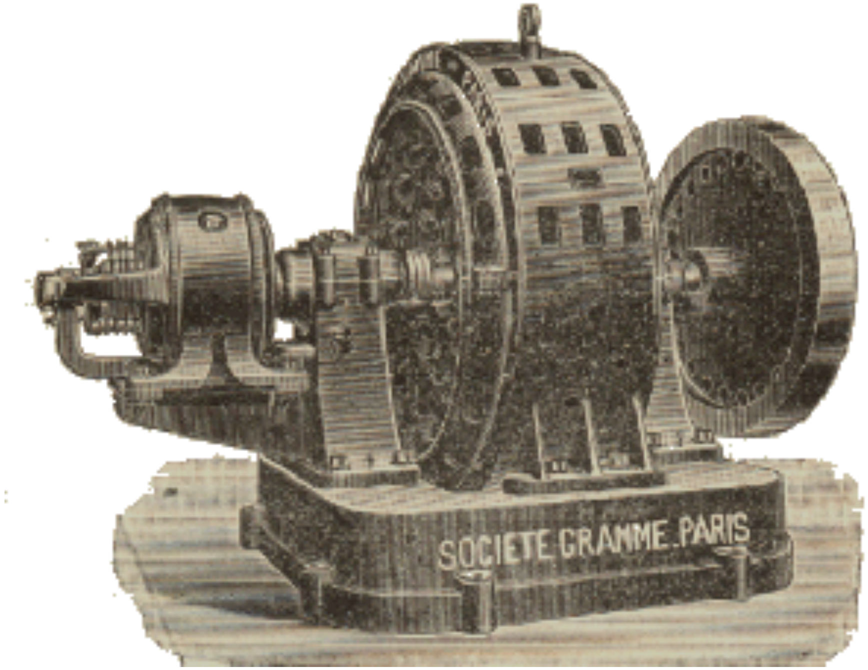
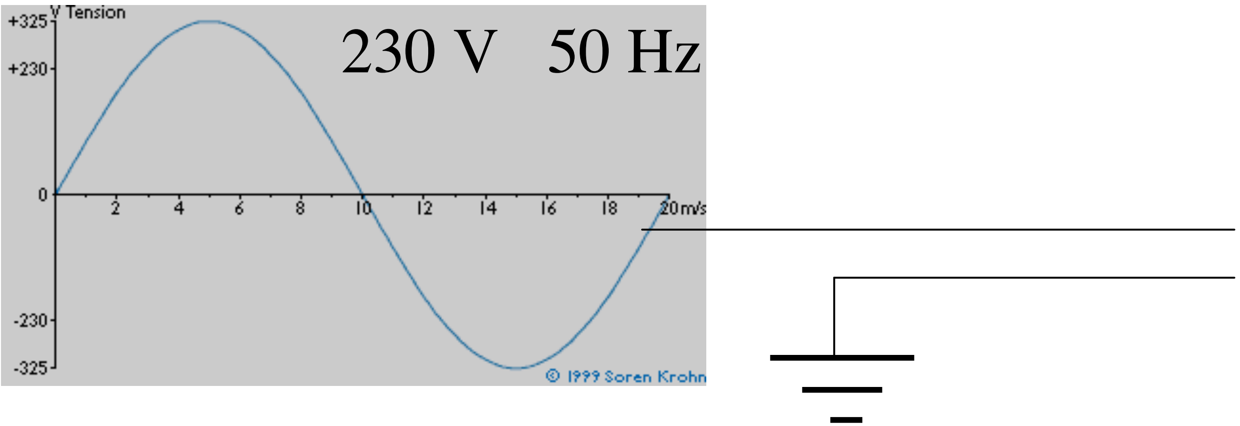
17

Courant alternatif



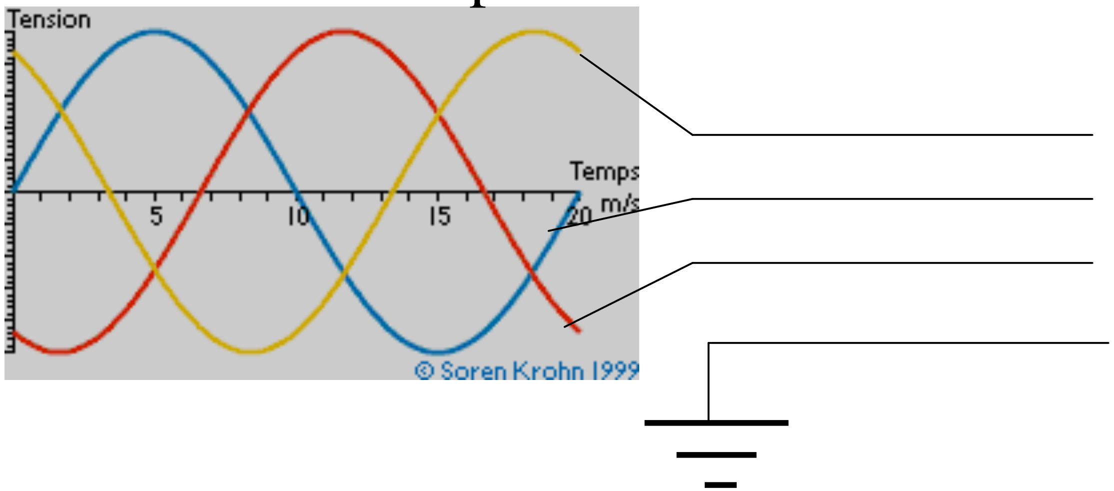
v 6

Courant alternatif, à la maison

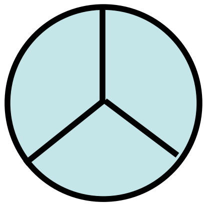


"phase"
"neutre"

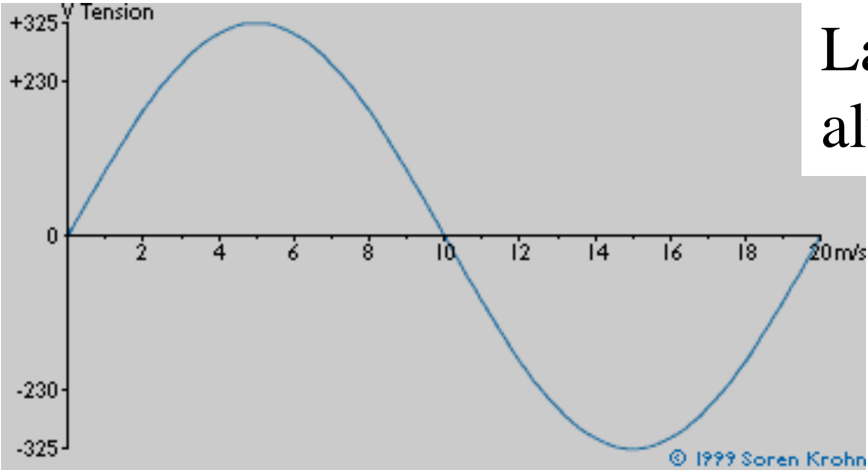
tri-phase



chaque "phase"
est décalée de 120°



Valeur efficace



La fonction qui représente la tension alternative au cours du temps:

$$\boxed{V(t) = V_0 \sin(\omega t + \phi)}$$

V_0 représente l'amplitude maximale, ϕ la phase à t=0, $\omega = 2\pi\nu$ où ν est la fréquence (dans la figure V_0=325, ϕ=0, ν=50 Hz).

Si cette tension est appliquée à une résistance R, le courant vaut I(t) = V(t)/R et la puissance instantanée vaut

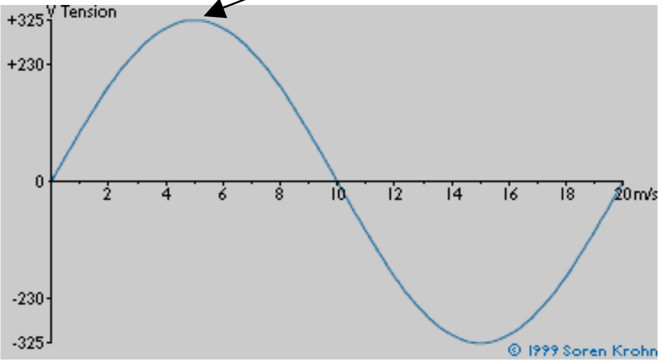
$$P(t) = I(t)V(t) = V(t)^2/R$$

La valeur moyenne (efficace) sur une période $T=1/\nu$:

$$P_{eff} = \frac{1}{R}\frac{1}{T}\int_0^T (V_0 \sin(\omega t))^2 dt = \frac{1}{R}\frac{V_0^{\,2}}{2}$$

Valeur efficace .2

V_0



La puissance moyenne vaut donc

$$\boxed{P_{eff} = \frac{1}{R}\frac{V_0^{\ 2}}{2}}$$

Par comparaison à l'expression valable en cc: $P=V^2/R$, on tire la valeur efficace du courant alternatif: $V_{eff} = V_0/\sqrt{2}$

$$\boxed{V(\text{efficace}) = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = V_0/1.414}$$

où V_0 est l'amplitude du courant alternatif.

De même $\boxed{I(\text{efficace}) = I_0/1.414}$

Ex: dans le cas du courant à 230 V on a: $V_0 = 230 \times 1.414 = 325$ V

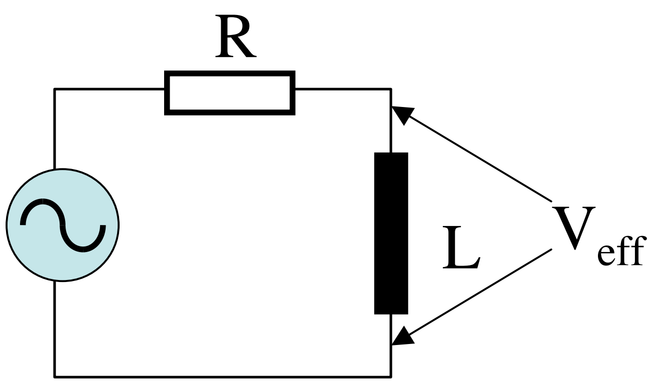
Réactance

Par la loi de Lenz, une inductance L s'oppose à un changement du flux magnétique à son intérieur, donc à un changement du courant qui la traverse. Dans le cas du courant alternatif, on a un changement continu du courant, à la fréquence ν.
L'inductance L oppose une forme de "résistance" au passage de ce courant que l'on nomme réactance.

Avec $\omega = 2\pi\nu$ la réactance inductive: $\boxed{X_L = \omega L}$ ohms

On peut utiliser la réactance pour calculer les valeurs efficaces par une relation similaire à la loi d'Ohm:

aux bornes de L: $V_{eff} = I_{eff} X_L$



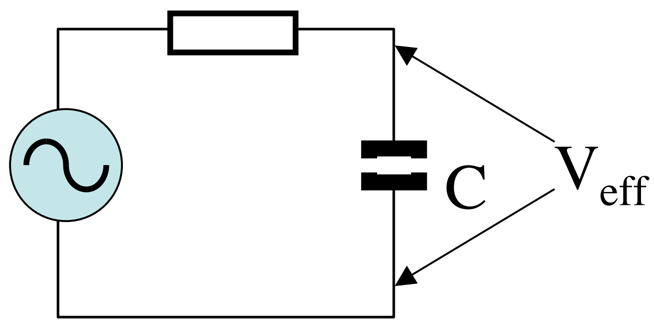
Réactance .2

De façon analogue, on a une réactance dans un circuit avec un condensateur C. C'est une situation symétrique au cas inductif, car un courant passe à travers un condensateur quand il est dans un processus de charge ou décharge. Donc sa "résistance" au passage du courant alternatif (qui effectue de façon périodique la charge/décharge de C) sera proportionnelle à $1/\omega C$

Avec $\omega = 2\pi\nu$ la réactance capacitive: $\boxed{X_C = 1 / \omega C}$ ohms

et on a à nouveau l'analogue de la loi d'Ohm, aux bornes de C:

$$V_{eff} = I_{eff} X_C$$



Finalement la réactance résistive ne dépend pas de la fréquence: $\boxed{X_R = R}$

Réactance .3

Ex1: Inductance $L = 5$ mH branchée sur le secteur 230V/50 Hz

Quelle est la valeur efficace du courant qui traverse L ?

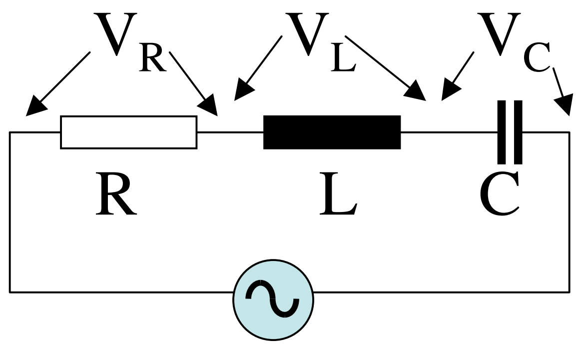
$$X_L = \omega L = 2\pi\nu\, L = 2\pi \times 50 \times 5 \times 10^{-3} = 1.57\ \Omega$$

Tension efficace du secteur: $V_{eff} = 230$ V

de $V_{eff} = I_{eff} X_L$ $\qquad I_{eff} = V_{eff} / X_L = 230/1.57 = 146$ A

Ex2: Primaire d'un transformateur 220V: ~10 H => $X_L = 3\ \mathrm{k}\Omega$

Circuit RLC en courant alternative



On peut exprimer les valeurs des tensions à un instant donné, à partir des réactances

si $I(t) = I_0 \sin \omega t$ on obtient:

$$V_R(t) = RI_0 \sin \omega t$$

$$V_L(t) = X_L I_0 \cos \omega t$$

$$V_C(t) = -X_C I_0 \cos \omega t$$

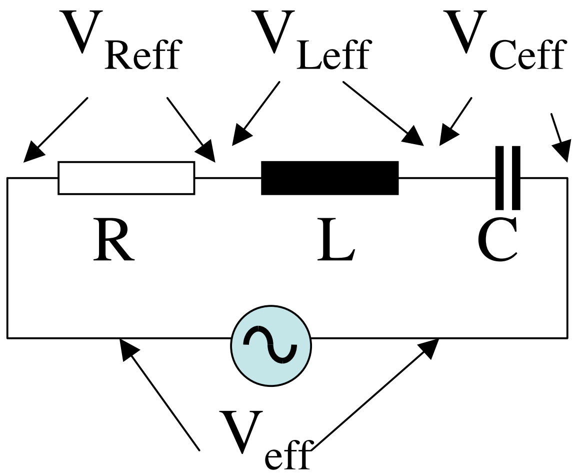
* Le cos de V_L apparaît par la dérivation du sin.
En effet on a $V \sim dI/dt$ pour la FEM induite.

* Le cos de V_C apparaît par l'intégration du sin.
En effet, on a $V = Q/C \sim \frac{1}{C} \int I dt$

Impédance

A cause des "phases" différentes associées à V_R, V_L, V_C, il n'y a pas une relation simple pour additionner les valeurs efficaces des courants et tensions.

$$V_{eff} \neq V_{Reff} + V_{Leff} + V_{Ceff} \;!!$$



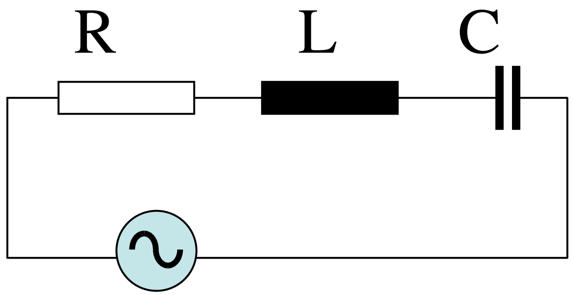
Il est nécessaire de composer de façon opportune les valeurs de R, L, C et ω pour obtenir l'impédance Z du circuit. Avec Z on a alors

$$\boxed{V_{eff} = Z\, I_{eff}}$$

Dans le cas de la figure on trouve, p.ex:

$$\boxed{Z = \left[R^2 + (X_L - X_C)^2\right]^{1/2}}$$

Impédance .2



$$Z = \left[R^2 + (X_L - X_C)^2\right]^{1/2}$$

De façon explicite: $$Z = \left[R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2\right]^{1/2}$$

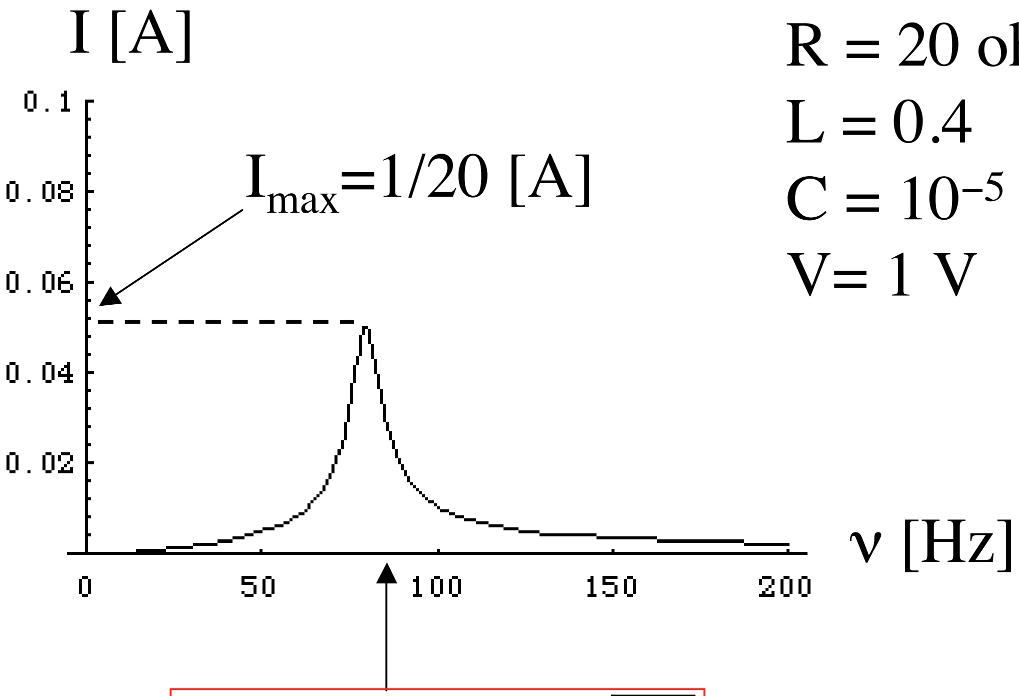
Cette fonction a un minimum quand $0 = \omega L - \frac{1}{\omega C} \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

De $I_{eff} = V_{eff}/Z$ on tire que le courant devient maximal pour la fréquence de résonance du circuit

$$\boxed{\nu(\text{résonance}) = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}}$$

A la résonance on a $Z = R$

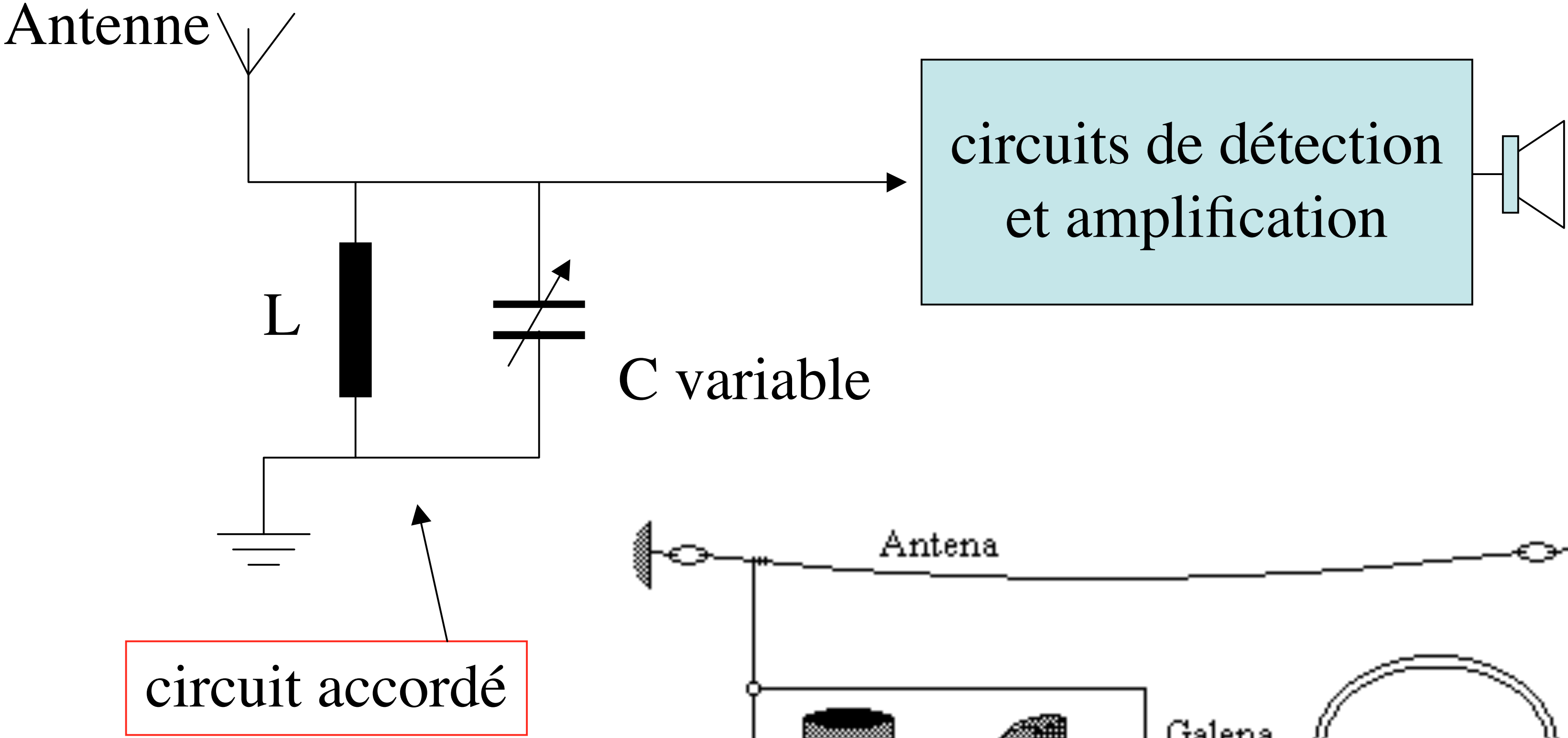
Circuit RLC

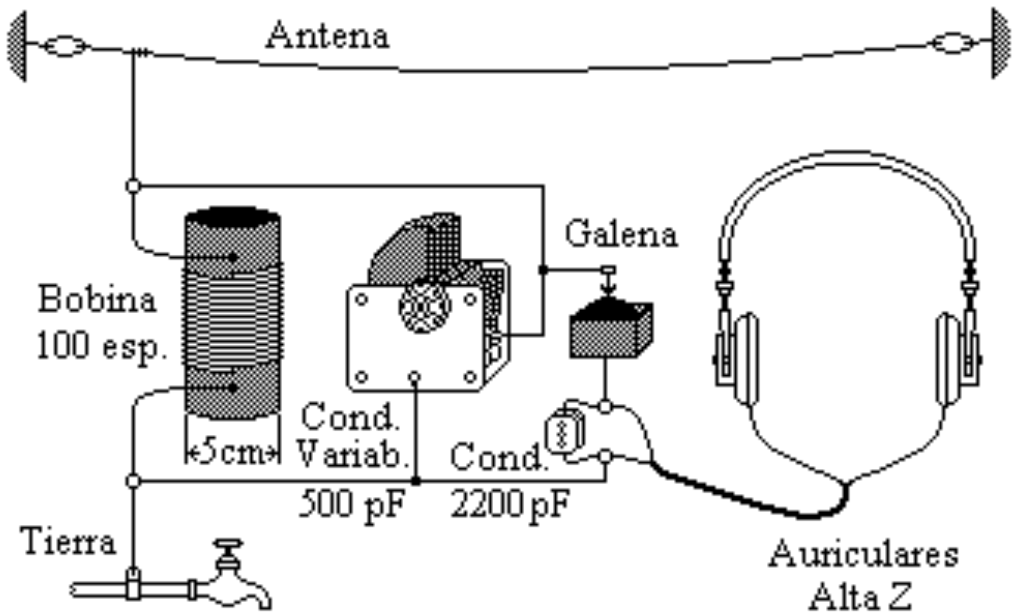


R = 20 ohm
L = 0.4 H
C = 10^{-5} F
V= 1 V

$$\boxed{\nu(\text{résonance}) = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}} = 500/6.28 = 83 \text{ Hz}$$

Application





Puissance en CA

Dans des circuits RLC soumis à un CA, l'énergie stockée dans les capacités et bobines pendant un demi-cycle du courant est retirée par le demi-cycle suivant. Donc, en général, il n'y a pas de dissipation dans ces éléments du circuit, mais seulement dans les résistances.

Si I_{eff} est le courant effectif qui circule dans R, la puissance moyenne dissipée vaut $P = R\, I_{eff}^2$

De $I_{eff} = V_{eff}/Z$ on tire aussi la relation $\boxed{P = I_{eff} V_{eff} \left(\frac{R}{Z}\right)}$

On voit que seulement quand $Z = R$ (p. ex. à la fréquence de résonance d'un circuit RLC) $P = I_{eff}\, V_{eff}$

Le facteur de puissance R/Z est inférieur ou égal à 1.