Physique Générale

ELECTROSTATIQUE

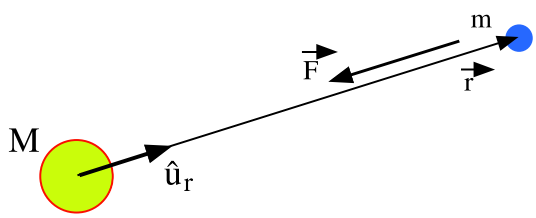
TRAN Minh Tâm

Table des matières

Parallèle entre la force de gavitation et la force électrostatique

Par sa présence, une masse M est la cause d'une force de gravitation agissant sur une autre masse m : M est donc la source de l'interaction gravifique, tout comme l'est la masse m, par la $3^{ème}$ loi de Newton.

$$\vec{F}_{grav} = -G \frac{m M}{r^2} \hat{u}_r \qquad \hat{u}_r \text{ est le vecteur unité selon } \vec{r}$$

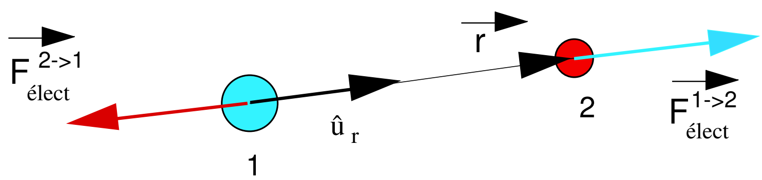


La force électrostatique possède des caractéristiques similaires : la cause de la force est ici des charges, dont l'unité est le Coulomb (C), et la force varie également en r^{-2}. La similitude s'arrête ici. Contrairement à la force de gravitation, la force électrostatique peut être attractive ou répulsive ; pour deux charges placées dans le vide cette force s'écrit :

$$\vec{F}^{\,1\to 2}_{élect} = -\vec{F}^{\,2\to 1}_{élect} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{u}_r \qquad \hat{u}_r \text{ est le vecteur unité selon } \vec{r}$$

Force de Coulomb entre deux charges statiques (1784)

Charles Augustin de Coulomb (1736 - 1806)



Dans l'expression précédente, ϵ_0 est la *permittivité du vide*, est empirique et est une constante universelle $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}\ C^2 / N \cdot m^2$.

La charge électrique apparaissant dans la loi de Coulomb est une grandeur quantifiée : en effet, pour les particules que nous avons pu isoler, la charge apparaît toujours comme multiple entier de la charge de l'électron

$$q = n \cdot e \qquad e = 1,602\ 10^{-19}\ \mathrm{C} \qquad \text{n entier}$$

Depuis les années 1960, on pense que les particules soumises à l'interaction forte [*l'interaction forte* est celle qui assure la cohésion du noyau atomique] sont composés de 2 ou 3 **quarks** et ces quarks sont de charge fractionnaire, c.à.d. d'un multiple fractionnaire (et non entier) de la charge de l'électron.

Quark	Nom	Charge
u	up	$\frac{2}{3}\,e$
d	down	$-\frac{1}{3}\,e$
c	charm	$\frac{2}{3}\,e$
s	strange	$-\frac{1}{3}\,e$
t	top	$\frac{2}{3}\,e$
b	bottom	$-\frac{1}{3}\,e$

Les particules soumises à l'interaction forte, appelées **hadrons** sont les **baryons** et **mésons**, les premiers sont constitués de 3 quarks et les deuxièmes d'un quark et d'un anti-quark ; voici quelques particules et leur composition en quarks :

Classe de hadron	Nom	Association de quark
Mésons	Pion π^+	$\mathrm{u\overline{d}}$
	Kaon K^+	$\mathrm{u\overline{d}}$
	D^+	$\mathrm{c\overline{d}}$
	J/ψ	$\mathrm{c\overline{c}}$
	$\mathrm{B^0_d}$	$\mathrm{b\overline{d}}$
Baryons	proton	uud
	antiproton	$\mathrm{\overline{u}\overline{u}\overline{d}}$
	neutron	udd
	Lambda Λ	uds
	Omega Ω^-	sss

Dans le système SI, ce n'est pas la charge qui est une grandeur fondamentale, mais le courant ; si un courant i passe dans un conducteur pendant un instant Δt, il véhicule une charge de $\Delta q = i\,\Delta t$. Nous reviendrons sur la définition de l'intensité du courant. L'unité de charge est le **Coulomb C**.

La **charge électrique est strictement conservée**, quelque soit le processus envisagé.

Point de contrôle Initialement, la sphère A porte une charge de $-50\ e$, et la sphère B une charge de $+20\ e$. Les sphères sont conductrices et ont les mêmes dimensions. Si les sphères se touchent, quelle est la charge que portera la sphère A ?

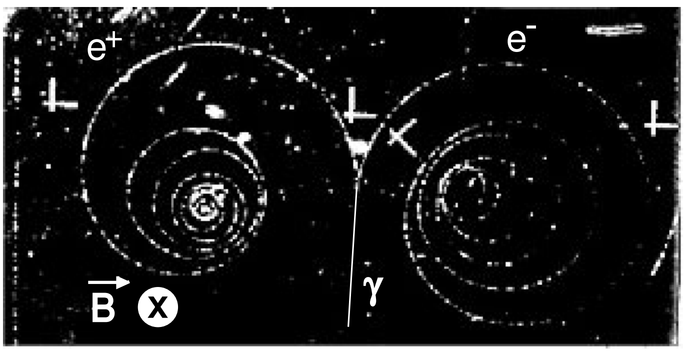
Exemples

1. La désintégration radioactive de l'Uranium 238 U^{238}. Cet isotope de l'uranium constitue la majeure partie ($> 99\%$) de l'Uranium naturel, il se désintègre en émettant une particule α , noyau de l'atome d'Hélium, et en se transformant en Thorium Th^{234}.

$$U^{238} \rightarrow Th^{234} + He^4$$

   Le noyau d'Uranium contient 92 protons, sa charge est donc $92\,e$, le noyau de Thorium contient 90 protons et celui de l'Hélium 2 protons. La charge est donc conservée.

2. Quand un photon γ de haute énergie ($E_\gamma > 1,2$ MeV) passe dans de la matière, plus précisément près d'un noyau atomique, il se matérialise en un électron et un positon, l'anti-particule de l'électron : $\gamma \rightarrow e^- + e^+$



Le champ électrique

Fixons une charge positive q_1 en une position donnée, et amenons une deuxième charge positive q_2 à proximité. Nous savons que q_1 exerce une force répulsive sur q_2 dont nous pouvons déterminer la direction et le module. Mais, puisque les deux charges ne se touchent pas, comment q_1 peut-il "exercer une force" sur q_2 ?

A cette question sur une *action à distance*, la réponse est de dire que q_1 génère autour de lui un **champ électrique**. A chaque point de l'espace ce champ électrique a une direction et un module qui dépend de la distance à la charge q_1.

Une autre question sur l'action à distance : si nous déplaçcons la charge q_1, par exemple vers q_2, nous savons que la force répulsive augmente en module, mais est-ce que ce changement du champ électrique (donc, de la force répulsive) est-il instantané ? La réponse est **non**, l'information sur le mouvement de q_1 s'étend autour de cette charge dans toutes les directions sous forme d'une onde électromagnétique se propageant à la vitesse de la lumière.

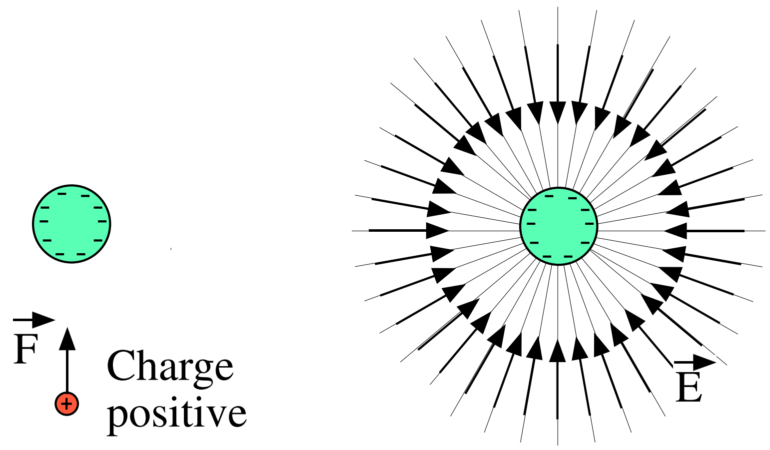
Définition d'un champ vectoriel : Un ensemble de vecteurs $\vec{a}$ définis en chaque point $\vec{r}$ d'un domaine $\mathcal{D}$ et satisfaisant à certaines relations de continuité, constitue un **champ vectoriel** $\vec{\mathbf{a}}(\vec{\mathbf{r}})$.

Si la force exercée sur la charge q_2 est de $\vec{F}^{1\to 2}_{élect}$, le champ produit par q_1 est de

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}^{1\to 2}_{élect}}{q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\,\hat{u}_r$$

et nous pouvons réécrire la force sur la charge q_2 : $\vec{F}^{1\to 2}_{élect} = q_2\,\vec{E}$

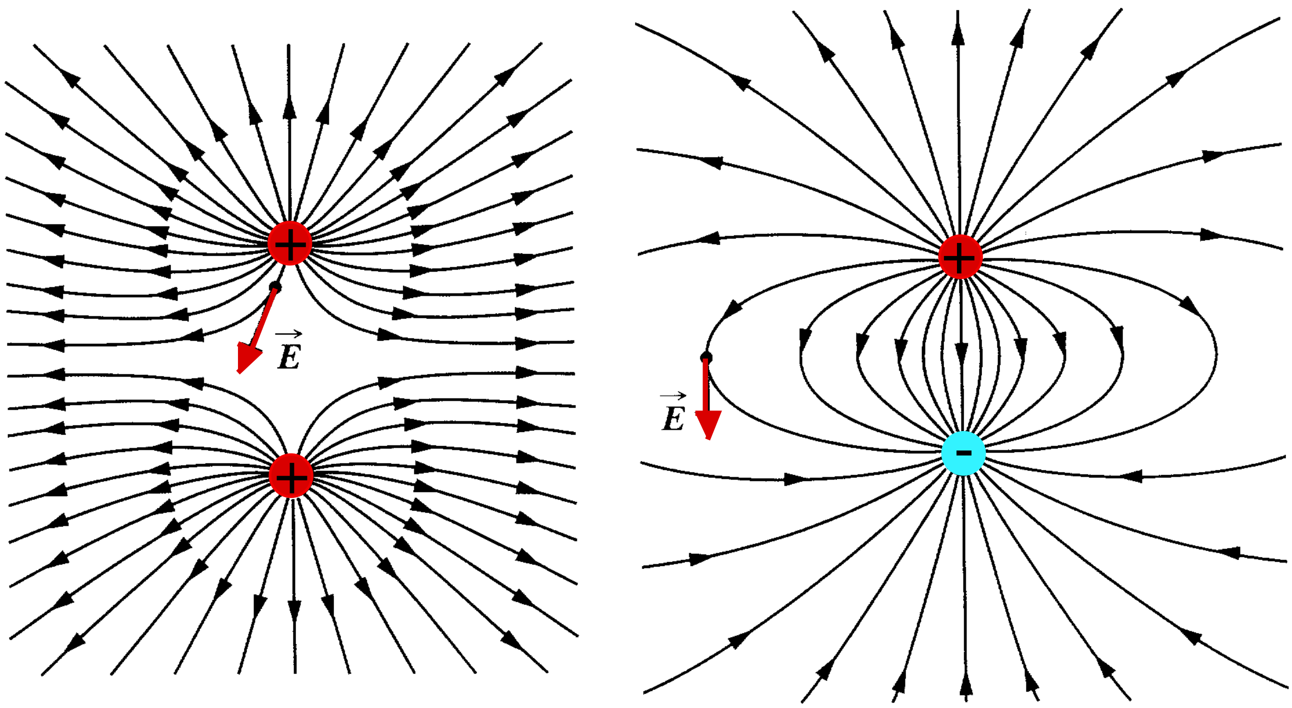
Lignes de champ : A partir d'un champ vectoriel $\vec{a}(\vec{r})$, on définit les lignes du champ comme la famille des courbes qui, en chaque point $\vec{r}$, sont tangentes au vecteur $\vec{a}(\vec{r})$.



On oriente les lignes d'après l'orientation locale du champ ; ainsi,

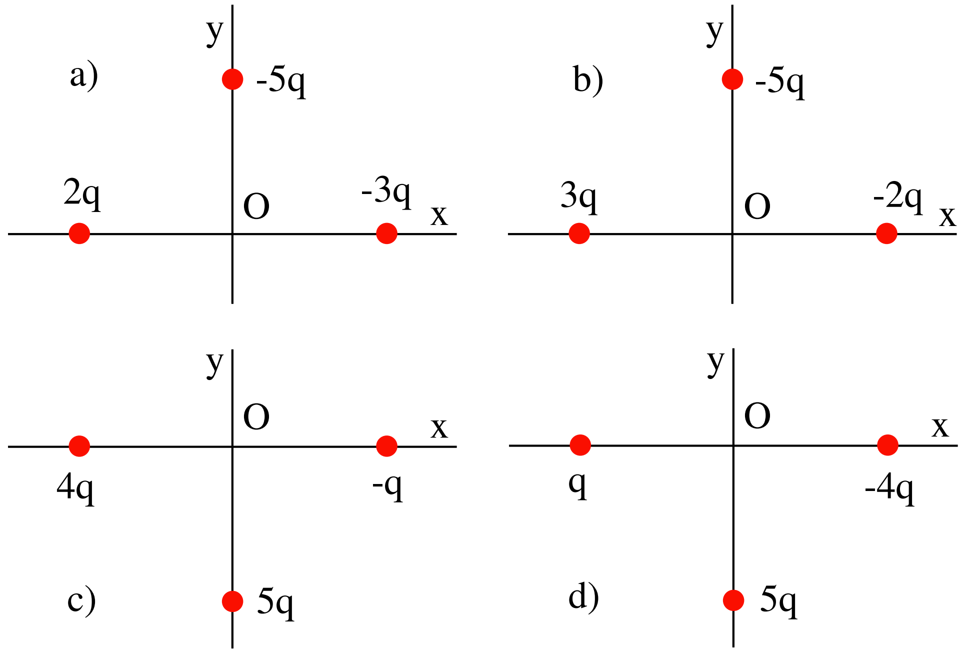
- les lignes convergent vers une charge négative,
- elles s'éloignent d'une charge positive.

La figure suivante donne les lignes de champ de deux charges égales, fixes, de même signe (figure a)) et de signe opposés (figure b)). Cette dernière configuration est celle d'un **dipôle électrique**.



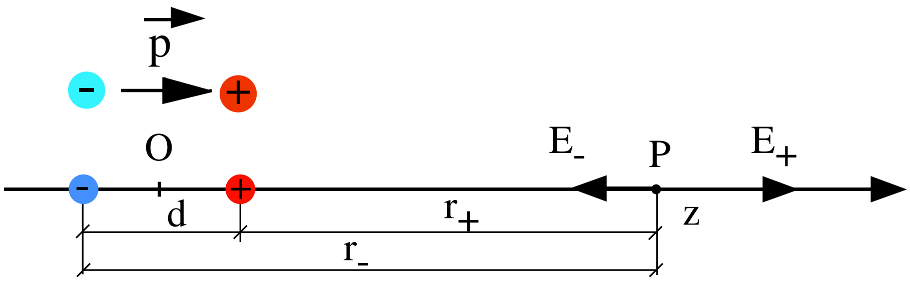
a) b)

Point de contrôle La figure ci-dessous montre 4 situations où des charges sont placées à égales distances de l'origine. Classez ces situations selon l'importance du module du champ $\vec{E}$ à l'origine O.



Champ électrique d'un dipôle

Le dipôle que nous considérons est constitué de deux charges $\pm q$ placées à une distance d l'une de l'autre. Calculons le champ électrique que ce dipôle crée en un point P sur son axe, à une distance z de son centre :



Pour des raisons de symétrie, les champs créés par les charges $+q$ et $-q$ au point P, ainsi que le champ résultant doivent être sur l'axe Oz.

$$E = E_+ - E_- = \frac{1}{4\pi\,\epsilon_0}\frac{q}{r_+^2} - \frac{1}{4\pi\,\epsilon_0}\frac{q}{r_-^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(z - \frac{1}{2}d\right)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(z + \frac{1}{2}d\right)^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}\left[\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^{-2} - \left(1 + \frac{d}{2z}\right)^{-2}\right]$$

En général, nous nous intéressons au champ électrique du dipôle pour des distances z grandes par rapport aux dimensions du dipôle : $z \gg d \Rightarrow d/2z \ll 1$. En faisant un développement limité de l'expression entre crochets avec la relation

$$(1 + x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + ... \qquad \text{x} < 1$$

$$\left[\left(1 + \frac{2d}{2z(1!)} + ...\right) - \left(1 - \frac{2d}{2z(1!)} + ...\right)\right]$$

Ainsi, le champ électrique du dipôle devient :

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}\left[\left(1 + \frac{d}{z} + ...\right) - \left(1 - \frac{d}{z} + ...\right)\right]$$

A grandes distances, les termes symbolisés par les points de suspension deviennent de plus en plus petits et nous pouvons les négliger ;

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}\frac{2d}{z} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{qd}{z^3} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{p}{z^3} \qquad \text{dipôle électrique}$$

Le produit $p = q\,d$ est le module du vecteur **moment dipolaire électrique** $\vec{\mathbf{p}} = \mathbf{q}\,\vec{\mathbf{d}}$. Son unité est le Coulomb.mètre. La sens de $\vec{p}$, comme celui de $\vec{d}$, est pris de la charge négative à la charge positive.

Nous avons fait le cacul du champ du dipôle en un point situé sur l'axe du dipôle ; on peut montrer que le module du champ varie aussi en r^{-3}, pour un point quelconque à une distance r du centre du dipôle.

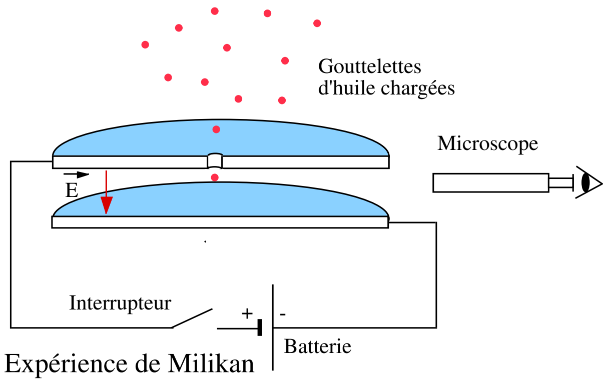
Remarquez que le champ d'un dipôle varie en z^{-3} et non comme l'inverse du carré de la distance, ce qui est le cas pour une charge ponctuelle ; la raison physique à celà est qu'à grande distance, le dipôle apparaît comme deux charges égales et opposées qui coïncident presque : à grande distance, leur champ électrique s'annulent rapidement.

Dans un champ électrique

Nous nous intéressons ici à l'effet d'un champ électrique sur le mouvement des charges ; l'origine de ce champ ne sera pas abordé maintenant.

La mesure de la charge électrique : expérience de Milikan

La force de électrostatique $\vec{F}_{élect} = q\,\vec{E}$ permet de décrire le mouvement d'une charge q dans l'expérience (1910 - 1913) de Robert Millikan :



Expérience de Milikan

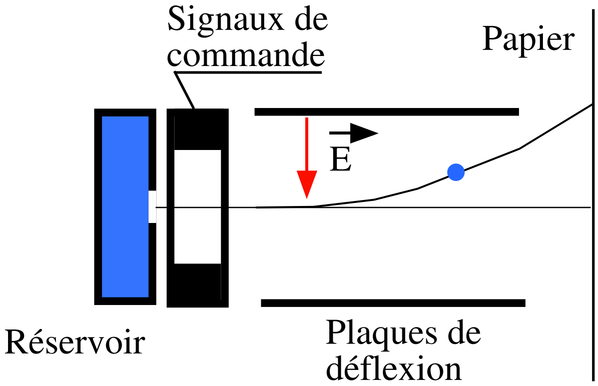
De petites gouttes d'huile sont dispersées dans une chambre ; dans ce processus, elles deviennent chargées, positivement ou négativement. Certaines de ces gouttelettes passent par le trou de la plaque supérieure du dessin. Supposons que la gouttelette soit chargée négativement. Si nous connectons maintenant le plaque supérieure au pôle + d'une batterie et la plaque inférieure au pôle -, il y aura un excès de charges positives sur la plaque supérieure et un excès de charges négatives sur la plaque inférieure : un champ électrique dirigé vers le bas est créé. Si la charge est négative, elle subira une force dirigée vers le haut. Connaissant la masse spécifique de l'huile, en mesurant la position de la goutte en fonction du temps, on peut déterminer la force électrostatique exercée sur elle et, connaissant le champ $\vec{E}$, déterminer la charge qu'elle porte.

Milikan trouve que la charge est quantifiée

$$q = n\,e \qquad n = 0\,,\pm 1\,,\pm 2\,,\pm 3\,,... \qquad e = 1,602\;10^{19}\;\mathrm{C}$$

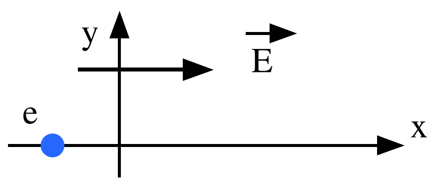
Imprimante à jet d'encre

Le besoin d'une impression plus précise que celle délivrée par les imprimantes à matrice a conduit à la conception des imprimantes à jet d'encre dont le principe est donné sur la figure ci-après :



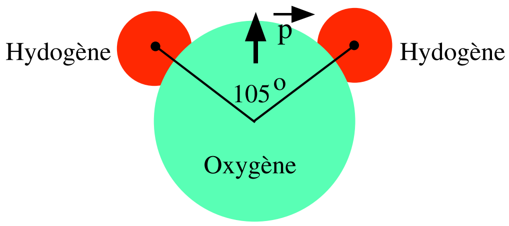
Sur la figure, la gouttelette d'encre est extraite du réservoir et reçoit une charge électrique au travers de la deuxième unité dessinée. L'ordinateur contrôle la charge distribuée à la goutte et ainsi sa déflexion au travers du champ $\vec{E}$, c.à.d. son impact sur la feuille. Environ 100 gouttelettes sont nécessaires pour former un caractère.

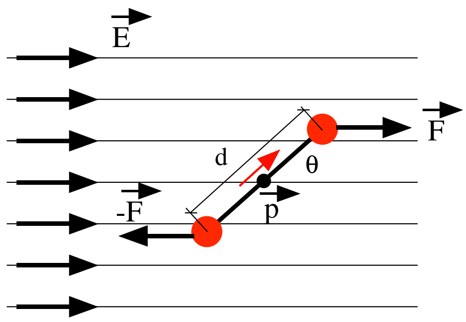
Point de contrôle **a)** Sur la figure ci-dessous, quelle est la direction de la force électrostatique sur l'électron due au champ électrique dessiné ? **b)** Dans quelle direction l'électron sera-t-il accéléré ? **c)** Si lélectron se déplaçait initialement vers la droite, sa vitesse augmentera-t-elle, diminuera-t-elle ou restera-t-elle constante ?



Un dipôle dans un champ électrique

Nous avons défini le dipôle électrique $\vec{p} = q\,\vec{d}$. La molécule d'eau est ainsi un dipôle typique; en effet, les deux atomes d'hydrogène de la molécule ne sont pas alignés avec le centre de l'atome d'oxygène, mais forment un angle de 105°. La molécule a ainsi nettement un "côté oxygène" et un "côté hydrogène" ; de plus, les 10 électrons disponibles se mettent plutôt autour du noyau d'oxygène, donnant ainsi au côté oxygène une charge légèrement plus négative que le côté hydrogène et créant ainsi un dipôle dessiné sur la figure.





Dans un champ électrique uniforme, sur les charges $\pm\, q$ d'un dipôle rigide s'exercent des forces égales et opposées donnant lieu à un couple $\vec{\tau}$ dont le module est : $|\,\vec{\tau}\,| = F\,x\,\sin\theta + F\,(d - x)\,\sin\theta = F\,d\,\sin\theta = p\,E\,\sin\theta$ x étant la distance entre le centre de masse du dipôle et l'une des charges. Plus généralement, sous forme vectorielle :

$$\vec{\tau} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

Sous l'effet de ce couple, le dipôle s'aligne dans la direction du champ $\vec{E}$. Si nous avons de nombreux dipôles, ceux-ci s'alignent selon les lignes du champ $\vec{E}$, concrétisant ainsi les lignes de champ du champ $\vec{E}$.

La loi de Gauss

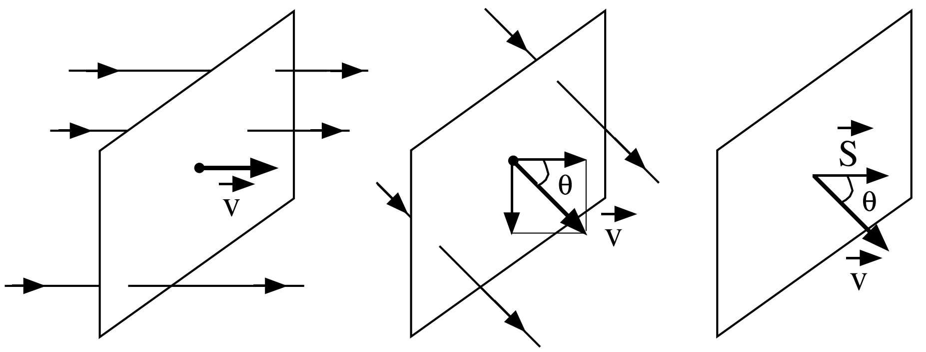
Nous allons relier le champ électrique $\vec{E}$ en des points d'une **surface fermée** aux charges qu'entoure cette surface.

Le Flux

Rappel Le débit de volume d'un fluide au travers d'une surface plane dépend de l'angle que fait la vitesse avec la normale à cette surface :

$$\Phi = v\,S\,\cos\theta = \vec{v}\cdot\vec{S}$$

si nous définissons $\vec{S}$ comme un vecteur normal à la surface et dont le module est égal à la surface.

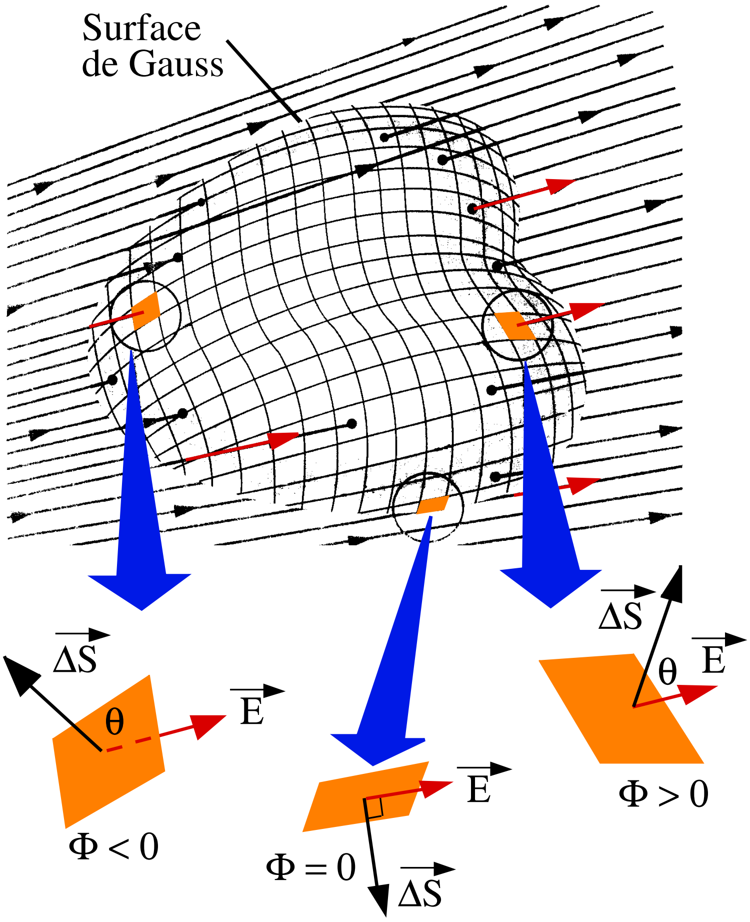


Nous pouvons généraliser cette définition du flux à n'importe quel grandeur vectorielle et à une surface quelconque.

Flux d'un champ électrique à travers une surface fermée

Considérons la situation représentée sur la figure ci-après : la surface fermée est arbitraire et le champ électrique n'est pas uniforme. Nous pouvons diviser la surface en carrés suffisamment petits pour être considérés comme plan et pour que le champ $\vec{E}$ y soit constant. L'élément de surface $\Delta\vec{S}$ est perpendiculaire à la surface et est orienté vers l'extérieur. Le flux est alors :

$$\Phi = \sum \vec{E}\cdot\Delta\vec{S}$$



En prenant des carrés infiniment petits, on obtient pour le flux

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

On trouve, pour cette sommation sur la surface, la notation avec la double intégrale qui montre qu'une surface dépend de deux variables indépendantes.

Le Théorème de Gauss

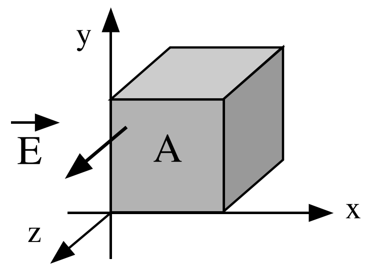
Ce théorème relie le flux Φ d'un champ électrique au travers une surface fermée (ou surface de Gauss) à la charge nette enfermée dans la surface :

$$\boxed{\epsilon_0 \, \Phi = \epsilon_0 \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = q_{renfermée}}$$

Loi de Gauss et loi de Coulomb Nous retrouvons la définition du champ électrique créé par une charge q (loi de Coulomb) en prenant une surface de Gauss sphérique contenant notre charge q en son centre :

$$\epsilon_0 \, \Phi \; = \; \epsilon_0 \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \; = \; \epsilon_0 \, E \, (4\pi r^2) \; = \; q \quad \Rightarrow \quad E \; = \; \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \, \frac{q}{r^2}$$

Point de contrôle La figure ci-après montre un cube dont les faces ont une superficie A ; le cube est immergé dans un champ électrique $\vec{E}$ dirigé selon la direction Oz. En fonction de E et de A, quel est le flux de $\vec{E}$ à travers la face avant du cube ? à travers la face arrière ? à travers la face supérieure ? à travers tout le cube ?



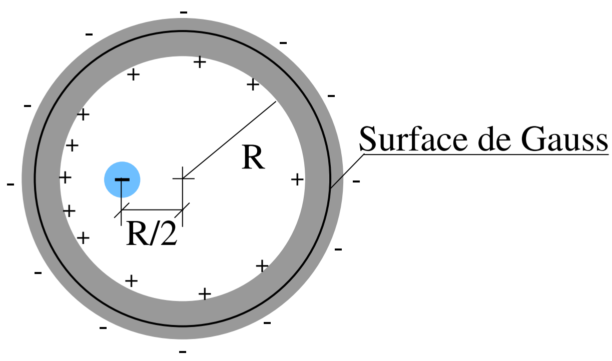
Point de contrôle Un flux net Φ_i du champ électrique est observé au travers d'une sphère de rayon r entourant une particule chargée. Supposons que cette surface de Gauss soit changée en **a)** une plus grosse sphère, **b)** un cube de côté r, **c)** un cube de côté $2r$. Dans chacun de ces cas, le flux net sera-t-il plus grand, plus petit ou égal à Φ_i ?

Applications de la loi de Gauss

1) Une charge dans une coquille sphérique métallique

Une charge ponctuelle de $-5 \times 10^{-6} C$ est placée dans une coquille sphérique en métal à une distance de $R/2$ du centre de la sphère. Si la coquille était électriquement neutre au départ, quelles sont les charges positives et négatives sur elle ? Ces charges sont-elles uniformément réparties ?

Idée principale Dans un conducteur, les porteurs de charge (les électrons) sont libres de se mouvoir ; par conséquent, le champ électrique y est nul ; en effet, s'il n'était pas nul, les électrons auraient un mouvement d'ensemble net, ce qui serait contraire à notre hypothèse de départ qui était l'électrostatique.



Choisissons la surface de Gauss figurée sur le dessin : c'est une sphère concentrique à la coquille et dont le rayon est comprise entre le rayon intérieur et le rayon extérieur. Cette sphère est donc dans le conducteur. Comme le champ dans le conducteur est nul, par le Théorème de Gauss, la charge que la sphère renferme doit être aussi nulle : avec une charge de $-5 \times 10^{-6}C$ à l'intérieur, on doit donc avoir une charge de $+5 \times 10^{-6}C$ sur la surface intérieure de la coquille. Ces charges ne sont pas réparties uniformément sur la surface intérieure, mais sont davantage concentrées près de la charge de $-5 \times 10^{-6}C$. Si cette dernière avait été centrée, la distribution des charges positives aurait été symétrique.

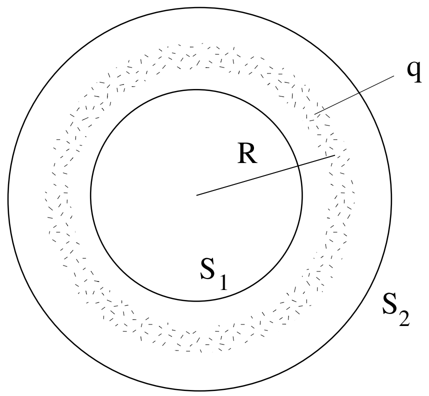
Puisque la coquille était électriquement neutre au départ, la charge de $+5 \times 10^{-6}C$ sur la surface intérieure doit être compensée par une charge de $-5 \times 10^{-6}C$ sur la surface extérieure de la coquille. Comme le champ **dans** la coquille est nul, la distribution des charges sur la surface intérieure ne peut pas influencer sur celle de la surface extérieure : cette dernière est ainsi uniforme.

Une autre manière de voir aurait été de dire que la charge négative de $-5 \times 10^{-6}C$ repousse le nombre d'électrons correspondant à sa charge aussi loin que ces derniers peuvent aller, c.à.d. à la surface extérieure, laissant une charge résiduelle de $+5 \times 10^{-6}C$ sur la surface intérieure. Sur la surface extérieure, puisque les charges intérieures ne produisent pas de champ $\vec{E}$ au travers du métal, les charges négatives se repoussent aussi loin qu'elles peuvent aller, d'où une distribution uniforme.

Point de contrôle Une boule portant une charge de $-50\,e$ est placée au centre d'une coquille sphérique métallique qui portait initialement une charge de $-100\,e$. Quelle est la charge sur **a)** la surface intérieure de la coquille, **b)** la surface extérieure de la coquille ?

2) Coquille sphérique uniformément chargée

Une coquille sphérique mince, de rayon R, est uniformément chargée avec une charge totale q. Utilisons le Théorème de Gauss pour calculer le champ électrique que cette distribution de charges génère.



Pour la surface de Gauss S_2 où $r \geq R$:

$$\epsilon_0 \, \Phi = \epsilon_0 \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \epsilon_0 \, E \, (4\pi r^2) = q \;\Rightarrow\; E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \qquad (r \geq R)$$

Une coquille uniformément chargée attire ou repousse une particule chargée comme si toute la charge était concentrée en son centre.

La surface de Gauss S_1 où $r < R$ ne renferme aucune charge, donc

$$E = 0 \qquad (r \leq R)$$

Une coquille uniformément chargée n'exerce aucune force électrostatique sur une particule chargée placée à l'intérieur de la coquille.

Le potentiel électrique

Travail de la force électrostatique

Comme pour la gravitation, la force électrostatique "travaille" et, par le Théorème de l'énergie cinétique, fait varier l'énergie cinétique (donc la vitese) de la particule chargée qui lui est soumise.

$$W_{12} \,=\, E_2^{cin} \,-\, E_1^{cin} \,=\, \int_1^2 \vec{F}_{élect} \cdot d\vec{r}$$

Comme *a priori* il n'y a aucune relation entre la force et la vitesse de la particule, le travail entre les points 1 et 2 de $\vec{F}_{élect}$ n'est pa nul.

Les expressions de la force de gravitation et de la force de Coulomb sont mathématiquement identiques :

$$\vec{F}_{grav} \,=\, -\,G\,\frac{m\,M}{r^2}\,\hat{u}_r \qquad \vec{F}_{élect}^{\,1\rightarrow 2} \,=\, \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{q_1\,q_2}{r^2}\,\hat{u}_r$$

Les caractéristiques générales que nous avons vues pour la force de gravitation doivent par conséquent se retrouver pour la force électrostatique.

En particulier, nous pouvons affirmer que la force électrostatique est une *force conservative.* Ainsi, lorsque une force électrostatique s'exerce entre deux ou plus de charges, nous pouvons définir une **énergie potentielle électrique U** associée au système. Si ce système change d'une configuration initiale 1 à une configuration finale 2, la force électrostatique produit un travail W sur les charges. Avec le développement que nous avons fait au paragraphe sur la "Dynamique de la Particule", nous savons que l'énergie potentielle électrique du système change de $\Delta U \,=\, U_2 \,-\, U_1 \,=\, -\,W_{12}\,.$

Exemple simple : Des électrons sont continuellement arrachés des atomes par le rayonnement cosmique ; une fois détaché de l'atome, l'électron subit un champ électrique due à la présence d'autres charges sur la Terre, ce champ vaut, près de la surface de la Terre 150 N/C et est dirigé vers la Terre. Quelle est la variation de l'énergie potentielle électrique d'un électron s'il parcourt une distance $d \,=\, 520$ m ?

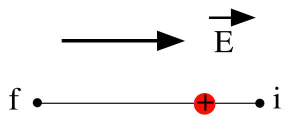
Le travail de la force électrostatique est :

$W = \vec{F}_{élect} \cdot \vec{d} = q\,\vec{E} \cdot \vec{d} = q\,E\,d\,\cos\pi = -1,6 \times 10^{-19}\,150 \times 520\,\cos\pi = 1,2 \times 10^{-14}$ J

L'énergie potentielle électrique de l'électron aura diminué de

$$\Delta U = -W = -1,2 \times 10^{-14} \text{ J}$$

Point de contrôle Un proton se déplace du point i au point f dans un champ électrique uniforme dessiné sur la figure ci-après. **a)** Le champ électrique produit-il sur le proton un travail positif ou négatif ? **b)** L'énergie potentielle électrique du proton augmente-t-elle ou diminue-t-elle ?



Le Potentiel électrique

Nous venons de voir que l'énergie potentielle électrique d'une particule chargée dans un champ électrostatique dépend de la charge ; on définit le **potentiel électrique V** comme l'énergie potentielle électrique pour une charge unité : ce potentiel électrique est indépendant de la charge et ne dépend que des caractéristiques du champ $\vec{E}$ au point considéré. Nous avons donc :

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{\Delta U}{q} = -\frac{W}{q}$$

On prend comme convention $V_1 = 0$ pour un point initial à l'infini.

<u>Les unités</u> L'unité du potentiel électrique est le **Volt** ; la dernière équation en donne l'équivalence dans le système SI : 1 Volt = 1 Joule par Coulomb.

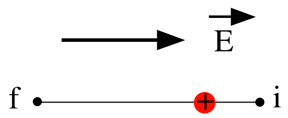
L'électron-Volt est l'énergie que gagne 1 électron (ou une particule portant une charge unité) en traversant une différence de potentiel de 1 Volt. Par conséquent :

$$1\ eV = 1,602 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Nous déduisons aussi l'unité du champ électrique (déjà exprimé en N/C d'après la loi de Coulomb) des relations $\Delta V = -\dfrac{W}{q} = -\dfrac{q\,\vec{E}\cdot\vec{d}}{q}$

$$\text{unité de E} = \text{Volt} \,/\, \text{m}$$

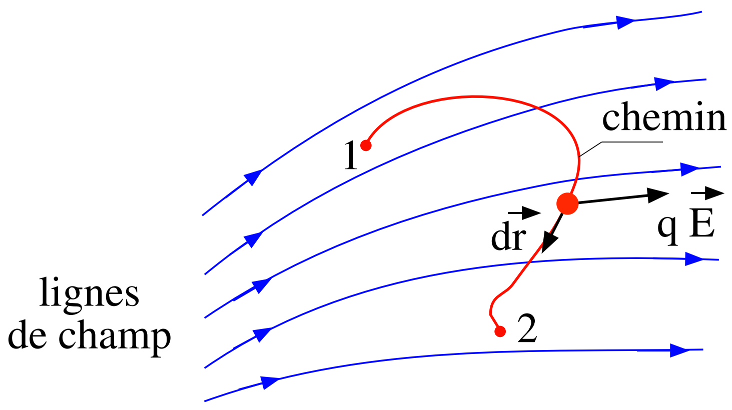
Point de contrôle Nous déplaçons un proton du point i au point f dans un champ électrique uniforme dessiné sur la figure ci-après. **a)** Notre force produit-elle un travail positif ou négatif ? **b)** Le proton se déplace-t-il vers un point où le potentiel électrique est plus haut ou plus bas ?



Le potentiel électrique dans quelques circonstances

Considérons un champ électrique quelconque représenté par les lignes de champ dessinées sur la figure ci-après et une charge positive q qui se meut sur le chemin indiqué, du point 1 au point 2. La force électrostatique exercée sur la charge est de $\vec{F}_{élect} = q\,\vec{E}$ et le travail produit par cette force sur le chemin $1 \longrightarrow 2$ est de :

$$W_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{élect}\cdot d\vec{r} = q \int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{r}$$



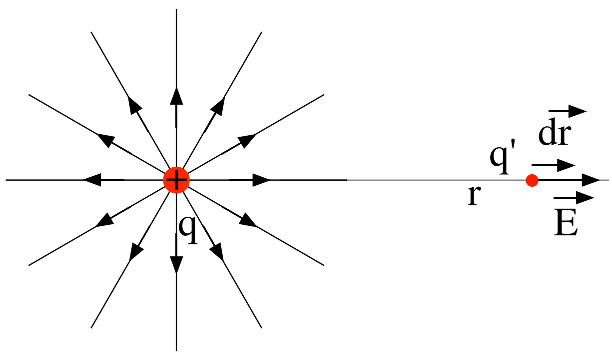
En substituant cette expression dans la relation liant l'énergie potentielle et le travail d'une *force conservative* et en utilisant la définition du potentiel électrique (page précédente) , nous obtenons :

$$V_2 - V_1 = -\frac{W_{12}}{q} = -\int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

Nous pouvons calculer explicitement cette différence de potentiel pour quelques cas où, par exemple, la symétrie du pproblème peut nous aider.

Potentiel du à une charge ponctuelle

A cause de la symétrie du problème et du fait que le chemin d'intégration n'a pas d'importance, nous choisissons le chemin le plus simple : une droite passant par la charge q que nous considérons placée à l'origine. Considérons le chemin allant du point en r sur la droite et aboutissant à l'infini.



$$V_2 - V_1 = -\int_r^{\infty} \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_r^{\infty} E\,dr$$

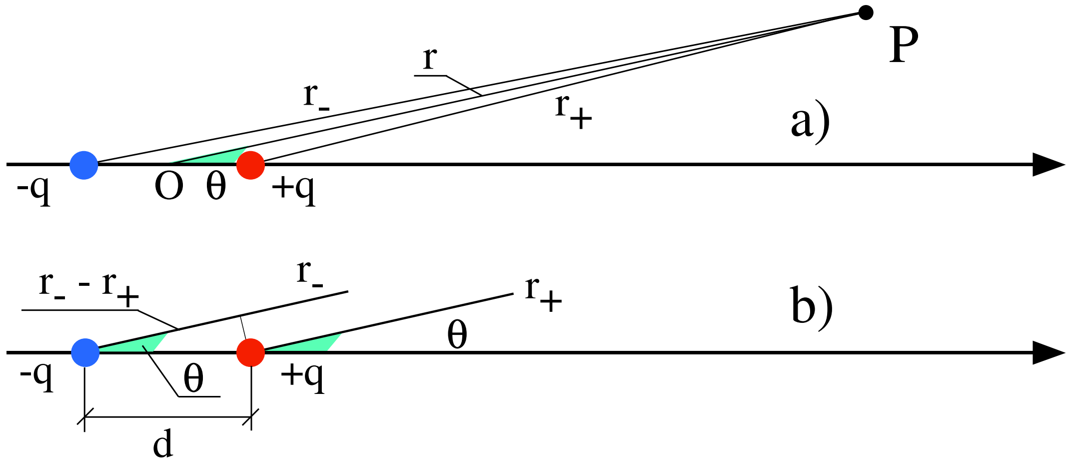
Le potentiel à l'infini est, par convention, pris comme étant nul. Il vient donc :

$$0 - V = -\int_r^{\infty} E\,dr = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_r^{\infty}\frac{1}{r^2}\,dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left.\frac{1}{r}\right|_r^{\infty} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

Donc : $\qquad V = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{q}{r}$. Remarquez que le potentiel dépend du signe de la charge q considérée.

Potentiel du à un dipôle électrique

Comme dans la défnition du potentiel électrique toutes les opérations sont linéaires et que le champ électrique produit par deux charges est la somme



des champs individuels, nous pouvons écrire le potentiel produit en un point P par les deux charges $\pm q$ du dipôle :

$$V = V_{(+)} + V_{(-)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q}{r_+} + \frac{-q}{r_-}\right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{r_- - r_+}{r_-\,r_+}$$

Dans la pratique, les dimensions du dipôle sont petites (voir par exemple la molécule d'eau), et nous étudions le potentiel en un point P très éloigné et situé à angle θ de l'axe du dipôle ; les approximations suivantes sont donc possibles :

$$r_- - r_+ \approx d\,\cos\theta \qquad\qquad r_-\,r_+ \approx r^2$$

Donc, en reprenant la définition du moment dipôlaire électrique $\vec{p} = q\,\vec{d}$,

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{d\,\cos\theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{p\,\cos\theta}{r^2}$$

Remarquez encore ici que le potentiel du dipôle électrique décroît comme r^{-2} et non comme r^{-1} comme le fait le potentiel d'une charge ponctuelle. La raison est la même que celle donnée pour le champ d'un dipôle.

Point de contrôle Considérons 3 points situés à des distances r égales (et grandes) du centre du dipôle ; le point a est situé sur l'axe du dipôle du côté de la charge positive, le point b est également sur l'axe mais du côé de la charge négative et le point c est situé sur la médiatrice du dipôle. Classez ces points selon le potentiel électrique qu'y crée le dipôle.

Calcul du champ électrique à partir du potentiel

Nous avons vu comment le potentiel se déduit du champ électrique :

$$\Delta V \;=\; -\int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

Retrouver le champ connaissant le potentiel demande une connaissance mathématique un peu au delà de ce cours. Nous pouvons cependant résoudre ce problème pour un cas très particulier, celui d'un champ électrique parallèle à une direction unique donnée, par exemple la direction Oz défini par le vecteur unité $\vec{k}$. Dans ce cas,

$$E\,\vec{k} \;=\; -\,\frac{dV}{dz}\,\vec{k}$$