

Laboratoire de Physique des Hautes Energies, EPFL, Lausanne

Aspects théoriques de la désintégration $B \rightarrow K\gamma\gamma$ et
implications pour sa simulation dans le cadre de
l'expérience BELLE

Travail de diplôme

(mise à jour, décembre 2004)

Mathias Knecht

Sous la direction du Professeur Thomas Schietinger

Juillet 2004

Table des matières

1	Abstract	5
2	Introduction	7
2.1	Plan de travail	7
3	Description du générateur EvtGen	9
3.1	Exemple de fichier USER.DEC	9
3.2	Notions importantes pour l'implémentation d'un modèle	10
4	Données théoriques concernant la désintégration $B \rightarrow K\gamma\gamma$	13
4.1	Généralités	13
4.2	La contribution "penguin" irréductible M_{irred}	14
4.3	La contribution du η_c	15
4.4	La contribution du η	15
4.5	La contribution du η'	15
4.6	La contribution du η'_c	15
4.7	La contribution du K^*	16
4.8	Les résultats de Choudhury et al.	16
5	Résultats de la génération selon l'espace de phase (PHSP)	19
5.1	Distributions du B	19
5.1.1	Dans le centre de masse de l' $\Upsilon(4S)$	19
5.1.2	Dans le laboratoire (dans le cas de BELLE)	20
5.2	Distributions du Kaon et des deux photons	20
5.2.1	Variables indépendantes du référentiel	20
5.2.2	Variables dans le centre de masse du B	22
5.2.3	Angles entre les particules	22
5.2.4	Energie-impulsion des trois particules	23
5.2.5	Variables supplémentaires	24
6	Premières modifications sur le modèle : conservation du moment cinétique	27
6.1	Les deux photons ont la même hélicité	28
6.2	Les deux photons ont une hélicité opposée	28
6.3	Somme des deux contributions	29
6.4	Remarques concernant les modifications précédentes	30
7	Implémentation du modèle EvtKgg	31
7.1	Généralités sur la fonction <code>decay</code>	31
7.2	La contribution "penguin" irréductible M_{irred}	33
7.2.1	Eléments scalaire, vectoriels et tensoriels	33
7.2.2	Facteurs de forme du courant $B \rightarrow K$	35
7.2.3	Facteurs de forme des quarks	36

7.2.4	Amplitude irréductible complète	37
7.2.5	Explication concernant la fonction <code>lowindex</code>	38
7.3	La contribution du η_c	39
7.4	La contribution du K^*	40
7.5	Somme de toutes les amplitudes	42
7.6	Probabilité maximale	42
8	Résultats et comparaison avec les prédictions théoriques	43
8.1	La contribution "penguin" irréductible M_{irred}	43
8.2	La contribution du η_c	45
8.3	La contribution du K^*	45
8.4	La somme des contributions	49
9	Route à suivre	51
10	Conclusion	51
11	Remerciements	51
12	ANNEXES	53
12.1	A : Coefficients numériques utilisés	53
12.2	B : Source complète du modèle EvtKgg	53
12.3	C : Fonctions utilisées dans EvtGen	54
12.4	D : Mise à jour, décembre 2004	55
12.4.1	Erreur de codage C++	55
12.4.2	Erreur de frappe dans la référence [1]	55
12.4.3	Facteurs de forme du courant $B \rightarrow K$	56
12.4.4	Nouveaux résultats	57
12.5	A (corrigé) : Coefficients numériques utilisés	58
12.6	B (corrigé) : Source complète du modèle EvtKgg	59

Table des figures

1	Transition de saveur "penguin", figure tirée de [4].	7
2	Distribution de la masse invariante des deux photons \sqrt{s} , figure tirée de [1].	17
3	Génération selon l'espace de phase, variables de contrôle pour le B dans son centre de masse. . .	19
4	Génération selon l'espace de phase, variables de contrôle pour le B dans le laboratoire.	20
5	Génération selon l'espace de phase, quantité de mouvement du B dans le centre de masse du $\Upsilon(4S)$. .	21
6	Génération selon l'espace de phase, masse invariante, indépendantes du référentiel.	21
7	Génération selon l'espace de phase, angles entre les trois particules dans le centre de masse du B . .	23
8	Génération selon l'espace de phase, angle entre le Kaon et les deux photons dans le centre de masse du B	23
9	Génération selon l'espace de phase, variables du centre de masse du B	24
10	Génération selon l'espace de phase, variables supplémentaires.	25

11	Génération selon l'espace de phase et conservation du moment cinétique, variables du centre de masse du B . Contribution des photons de polarisation égale.	28
12	Génération selon l'espace de phase et conservation du moment cinétique, variables du centre de masse du B . Contribution des photons de polarisation opposée.	29
13	Génération selon l'espace de phase et conservation du moment cinétique, variables du centre de masse du B . Somme des contribution des photons de polarisation opposée et égale.	30
14	Facteur de forme (croix) avec le fit numérique (trait continu) à l'aide d'un polynôme de degré 3.	36
15	Amplitude irréductible seule.	44
16	Amplitude du η_c , seule contribution.	45
17	Espace de phase de la désintégration $B \rightarrow K^*(K\gamma)\gamma$, variables du CM du B	45
18	Désintégration $B \rightarrow K^*(K\gamma)\gamma$, variables du CM du B , uniquement la courbe de Breit-Wigner.	46
19	Désintégration $B \rightarrow K^*(K\gamma)\gamma$, variables du CM du B , uniquement l'amplitude sans la courbe de Breit-Wigner.	47
20	Amplitude de la contribution résonante du K^* seule.	48
21	Amplitude $B \rightarrow K\gamma\gamma$, somme de M_{irred} , du η_c , et du K^*	50
22	Amplitude $B \rightarrow K\gamma\gamma$, somme de M_{irred} , du η_c , et du K^* , avec une interférence différente des deux côtés du pic de résonance.	50
23	Facteur de forme utilisé par Choudhury et al.	56
24	Nouvelle distribution de masse invariante des deux photons pour M_{irred}	57
25	Distribution de q^2 pour M_{irred}	57

1 Abstract

The decay $B \rightarrow K\gamma\gamma$, mediated by the quark transition $b \rightarrow s\gamma\gamma$, is highly suppressed in the Standard Model, but could be enhanced by contributions from "new physics". The statistical precision now attainable at B factories (BELLE and BaBar) is approaching the level at which this decay is expected to occur within the Standard Model. A good theoretical understanding is needed to guide the experimental effort. In particular, the experimentally observed distributions will have to be compared with those obtained from simulated events in order to interpret the measurements. The accurate simulation of events involving this decay must take into account the contributing amplitudes and their interferences. The task proposed for the diploma thesis consists in a survey of the theoretical literature concerning the decay $B \rightarrow K\gamma\gamma$, and in the implementation of an event generation program to be used by the BELLE experiment.

La désintégration $B \rightarrow K\gamma\gamma$, caractérisée par la transition entre quarks $b \rightarrow s\gamma\gamma$, est fortement supprimée dans le Modèle Standard, mais pourrait être augmentée par des contributions d'une "physique nouvelle". La précision statistique que l'on peut atteindre aux usines à B (BELLE et BaBar) s'approche au niveau auquel cette désintégration est prévue par le Modèle Standard. La connaissance des aspects théoriques est nécessaire pour guider les expérimentateurs dans leur effort. En particulier, pour interpréter les données, les distributions des variables observées expérimentalement devront être comparées avec celles obtenues à partir de simulations numériques. Une simulation des événements du type $B \rightarrow K\gamma\gamma$ doit tenir compte des différentes signatures qui participent à la section efficace totale, ainsi que de leurs interférences. La tâche proposée pour le travail de diplôme consiste en une étude de la littérature théorique concernant la désintégration $B \rightarrow K\gamma\gamma$, suivie par l'implémentation de ce canal dans la structure de génération des événements utilisée dans l'expérience BELLE.

2 Introduction

La désintégration $B \rightarrow K\gamma\gamma$, représentée dans les diagrammes de Feynman comme provenant d'une transition "pinguin" doublement radiative entre le quark b du B et le quark s du K (Fig. 1), pourrait être sensible aux contributions d'une physique nouvelle. Les distributions des états finaux des deux photons et du Kaon sont en effet sensibles aux particules participant à la boucle penguin. Selon le modèle standard, les particules pouvant participer à cette boucle sont les quarks u , c , ou t . La contribution du quark top (t) est dominante, c'est pourquoi on appelle cette boucle une t -loop. Mais d'autres particules inconnues pourraient participer à cette boucle, c'est ce que l'on appellerait la "nouvelle physique" ("new physics"). Avant d'espérer découvrir quoi que ce soit, il faut savoir exactement quelles conséquences a le modèle standard (SM) sur cette désintégration, pour pouvoir ensuite les confronter aux données acquises par l'expérience. Le facteur de branchement prévu [1] est d'environ $1.5 \cdot 10^{-6}$, ce qui fait de ces événements des événements très rares.

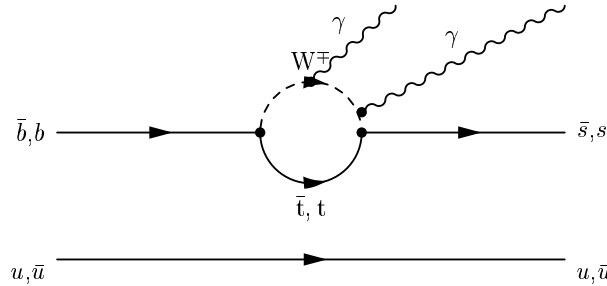


FIG. 1 – Transition de saveur "pinguin", figure tirée de [4].

Pour savoir ce qu'implique le modèle standard dans notre cas, nous devons simuler tout d'abord cette désintégration. Lorsqu'on simule un événement en physique des particules, il y a deux étapes principales à effectuer. La première est ce que l'on appelle "génération", c'est-à-dire que l'on simule l'événement au niveau de la physique pure, sans tenir compte de la détection par exemple. La seconde étape est ce que l'on appelle "simulation", c'est-à-dire que l'on simule l'effet du détecteur, à partir des événements générés. Dans ce travail, nous nous occuperons uniquement de la génération; ceci implique qu'il n'y aura qu'une étude à un niveau théorique sans se focaliser sur ce qui sera expérimentalement détectable plus tard, même si c'est évidemment le but final. Dans notre cas la génération se fait à l'aide d'un programme appelé EvtGen, dans lequel beaucoup de modèles de désintégration sont d'ores et déjà implémentés. Nous devons créer un module de génération propre à cette désintégration, c'est-à-dire dans lequel nous aurons implémenté l'élément de matrice correspondant à cette transition. Cet élément de matrice a été calculé dans la référence [1].

Un programme d'analyse des données expérimentales existe déjà, il s'agit du résultat du travail de diplôme de Jean Wicht [4]. Néanmoins cette recherche a été effectuée à l'aide d'un générateur simplifié, qui ne prend en compte que la cinématique de la désintégration. On appelle ceci la "génération selon l'espace de phase". Le but de ce travail de diplôme est de construire un modèle pour la génération de cette désintégration, qui devra faire partie du générateur EvtGen, selon les résultats théoriques obtenus dans [1]. Une fois cette tâche accomplie, il faudra comparer les résultats obtenus grâce à ce modèle avec les résultats obtenus dans la simulation selon l'espace de phase, et en tirer les conclusions qui s'imposent pour l'analyse de ce canal. En particulier, comme mentionné dans [1], on tiendra compte des différentes contributions à ce canal autres que celles qui nous intéressent, comme les "long-distance contributions" : Le B se désintègre en un K et un η , puis le η se désintègre à son tour en 2 photons γ . Ce type d'événements fournit en effet une contribution non-nulle à ce canal, mais il ne proviennent pas des mêmes diagrammes de Feynman et ne font pas partie du même phénomène.

2.1 Plan de travail

Tout d'abord, il s'agira de lire la littérature théorique concernant la désintégration $B \rightarrow K\gamma\gamma$, en se basant principalement sur la référence [1] et sur sa bibliographie. La lecture se concentrera sur les éléments utiles à l'implémentation de ce canal. L'étape suivante consiste à se familiariser avec la structure du générateur

EvtGen, de connaître les fonctions qui seront utiles au développement du modèle, et de voir quelles seront les fonctions à implémenter. Il faudra ensuite savoir quelles seront les variables simulées intéressantes à analyser sous forme d'histogrammes, pour avoir un moyen de contrôle sur la génération. On pourra dès lors produire des histogrammes des variables obtenues par génération selon l'espace de phase, ce qui sera une référence pour constater les changements effectués. On modifiera ensuite à proprement parler le modèle, de façon "adiabatique", en observant chaque fois les changements dans les distributions. L'étape finale consistera à comparer nos résultats avec les résultats des calculs obtenus en [1].

3 Description du générateur EvtGen

La programme EvtGen est un générateur Monte-Carlo bien adapté pour l'étude de la physique des mésons B . Il sert à en simuler les désintégrations, pour autant qu'on fournisse l'amplitude pour les processus en question. Il est conçu de telle manière que l'amplitude de chaque désintégration qui nous intéresse puisse être rajoutée en tant que module dans le programme. Nous appellerons de manière équivalente ce module un "modèle" (decay model), en ce sens que certaines amplitudes s'appliquent à plusieurs processus et constituent donc un modèle de désintégration (et c'est la nomenclature utilisée dans le manuel [5]).

Le principe de fonctionnement du générateur est le suivant : sur la base d'un fichier de désintégration que l'on écrit (j'appellerai ce fichier USER.DEC de manière générique), le simulateur génère tout d'abord la cinématique du problème de manière aléatoire. C'est-à-dire qu'il choisit une configuration d'espace de phase entre les particules en jeu, avec la seule condition que l'énergie-impulsion totale soit conservée. Ce dont a besoin tout d'abord le générateur est donc la masse de chaque particule, et la quantité de mouvement de la particule mère. Les informations concernant les particules sont stockées de manière éditable dans un fichier nommé `evt.pdl`, et sont justement accessibles en spécifiant la particule par son identité dans le fichier d'utilisateur USER.DEC.

Une fois la cinématique générée, le simulateur calcule l'amplitude de la désintégration sur la base de celle que l'on spécifie dans le modèle de désintégration, à partir des données existant sur chaque particule (comme l'énergie-impulsion et l'état de spin). Ce calcul fournit une probabilité pour telle ou telle configuration cinématique et fixe le seuil d'un test qu'effectue EvtGen pour savoir le poids de chaque configuration cinématique possible. Suivant le résultat du test, une configuration qui conserve l'énergie-impulsion peut-être interdite ou simplement diminuée par l'amplitude. Le résultat est une série d'événements dont les distributions satisfont les divers poids accordés par l'espace de phase (conservation de l'énergie-impulsion) et les contraintes de l'amplitude comprenant la conservation du spin.

3.1 Exemple de fichier USER.DEC

Nous montrons ici un exemple d'un fichier USER.DEC, en l'occurrence c'est le fichier que nous allons utiliser :

```
#
# DECAY B0 --> K0 Gamma Gamma using Kgg
# DECAY B0bar --> generic
#
#
Decay Upsilon(4S)
1.000 B0      anti-B0      VSS;
Enddecay
#
Decay B0
1.000 K0 gamma gamma      Kgg;
Enddecay
#
Decay anti-B0
1.000 anti-K0 gamma gamma  PHSP;
Enddecay
#
End
```

Ce fichier indique que l'on commence par désintégrer un $\Upsilon(4S)$ en B^0 et \bar{B}^0 à l'aide du modèle VSS, qui désintègre une particule vectorielle (V) en deux particules scalaires (S). Le modèle VSS est le fichier `EvtVSS.cc`, comme la nomenclature des fichiers l'impose dans le cadre d'EvtGen. Ce fichier indique en outre que la probabilité de désintégration du $\Upsilon(4S)$ en B^0 et \bar{B}^0 est 1, ce qui est le cas lorsque l'on s'intéresse à une désintégration en particulier. Si on cherche à simuler la possibilité de désintégration en plusieurs canaux possibles, on peut changer la probabilité et en attribuer une différente à chaque canal.

Chaque fille, ici le B^0 et le \bar{B}^0 , peut ensuite se désintégrer en une autre chaîne, que l'on peut spécifier également dans ce fichier. En l'occurrence nous demandons que le B^0 se désintègre en un K^0 ainsi que deux

photons avec une probabilité 1 en utilisant le modèle contenu dans la source `EvtKgg.cc` (qui est le modèle que nous allons développer dans ce travail), et que le \overline{B}^0 se désintègre de la même manière (le K^0 étant remplacé par le \overline{K}^0), mais cette fois avec le modèle contenu dans la source `EvtPHSP.cc`. Ce dernier modèle est très important puisque c'est le modèle ayant pour seule amplitude l'espace de phase. C'est donc le modèle le plus simple, et il est en fait "compris" par tous les autres modèles puisque c'est le résultat de la génération selon l'espace de phase qui sert de "matière première" à tester à l'aide de l'amplitude calculée, pour les modèles plus évolués. Il faut noter que ceci n'est qu'un exemple, et en réalité, lorsqu'on simule un signal, on ne spécifie que la désintégration de l'un des deux B et on demande que l'autre soit désintégré de manière générique, c'est-à-dire en plusieurs canaux possibles dont les probabilités et les modèles sont spécifiées dans un fichier appelé `DECAY.DEC`.

3.2 Notions importantes pour l'implémentation d'un modèle

Nous allons donner ici quelques notions utiles pour comprendre comment doit être implémenté un modèle. Nous allons nous servir d'un exemple simple, écrit en C++, et le commenter. Il faut noter que plus de précisions peuvent être obtenues dans le manuel d'utilisation de EvtGen [5].

Comme nous l'avons dit, la source du modèle doit être nommée `EvtMODEL.cc`, où `MODEL` est le nom du modèle, et le modèle doit être appelé par `MODEL` dans le fichier `USER.DEC`. Le nom du modèle doit également figurer dans un registre, nommé `EvtModelReg.cc`. Nous montrons ici la structure d'un modèle, en prenant comme exemple le modèle que nous allons implémenter, mais pas au complet :

```
//-----
//
// Environment:
//   This software is part of the EvtGen package developed jointly
//   for the BaBar and CLEO collaborations.  If you use all or part
//   of it, please give an appropriate acknowledgement.
//
// Copyright Information: See EvtGen/COPYRIGHT
//   Copyright (C) 2004      Caltech, UCSB
//
// Module: EvtKgg.cc
//
// Description: B ==> K gamma gamma, model:   Choudhury et al.
//                                                Phys. Rev. D67,
//                                                074016 (2003)
//
// Modification history:
//
// MK                June 24, 2004            Module created
//
//-----
```

Cette partie contient, outre les notes d'usage, diverses informations utiles pour la compréhension de la portée du modèle (la description des désintégrations simulables à l'aide de ce modèle), ainsi qu'éventuellement une information concernant la référence utilisée pour implémenter ce modèle. Dans ce cas, nous avons affaire à un modèle décrivant la désintégration $B \rightarrow K\gamma\gamma$, dont l'amplitude est calculée dans la référence [1]. La suite contient les inclusions de bibliothèques usuelles dans un programme de C++, et des bibliothèques plus particulières comme celles qui sont disponibles dans EvtGen. La bibliothèque utilisée dépend de ce dont on a besoin dans l'implémentation. Nous ne montrons pas ici l'inclusion des bibliothèques, mais on pourra toujours se référer à l'annexe B pour voir la source complète du modèle et y voir quelles bibliothèques ont été utilisées.

La suite contient les fonctions qui doivent toujours être présentes dans un modèle.

```
EvtKgg::~EvtKgg() {}

void EvtKgg::getName(std::string& model_name){
```

```

model_name="Kgg";
}

EvtDecayBase* EvtKgg::clone(){
return new EvtKgg;
}

void EvtKgg::init(){

// check that there are 0 arguments
checkNArg(0);

// check that there are 3 daughters

checkNDaug(3);

checkSpinParent(EvtSpinType::SCALAR);

checkSpinDaughter(0,EvtSpinType::SCALAR);
checkSpinDaughter(1,EvtSpinType::PHOTON);
checkSpinDaughter(2,EvtSpinType::PHOTON);

}

void EvtKgg::initProbMax(){
//setProbMax(0.25);
}

void EvtKgg::decay(EvtParticle *p){

p->initializePhaseSpace(getNDaug(),getDaugs());

```

Ici, on calcule l'amplitude.

```

vertex(0,0,AMPLITUDE00);
vertex(0,1,AMPLITUDE01);
vertex(1,0,AMPLITUDE10);
vertex(1,1,AMPLITUDE11);
}

```

Outre des fonctions d'initialisation, comme la fonction `init()` qui vérifie que le modèle soit appelé correctement, c'est-à-dire qu'il y ait les bons paramètres dans le fichier `USER.DEC`, il y a deux fonctions importantes : la fonction `initProbMax()`, et la fonction `decay(EvtParticle *p)`. La fonction `initProbMax()` fixe la probabilité maximale pour une désintégration, c'est-à-dire que c'est une normalisation pour que EvtGen sache à quoi il faut comparer la valeur calculée de l'amplitude, pour déterminer une probabilité. Si aucune probabilité maximale n'est fixée, EvtGen calcule plusieurs fois l'amplitude et fixe comme ProbMax la probabilité maximale qu'il a calculée. Une probabilité maximale trop grande rend le modèle inefficace, dans la mesure où la plupart des événements seront beaucoup plus petits que la probabilité maximale. Ceci conduit au ralentissement du programme, puisqu'il met plus de temps à accumuler un nombre suffisant d'événements. Une probabilité maximale trop petite conduit à des distributions erronées, puisque les événements ayant une probabilité maximale trop grande sont rejetés par le test, en signifiant un message d'erreur. La méthode la plus simple pour déterminer la valeur maximale est de laisser EvtGen la trouver, puis de la noter en tant que ProbMax dans la fonction `initProbMax()`.

La fonction la plus importante est la fonction `decay(EvtParticle *p)`, puisque c'est elle qui calcule l'amplitude. Cette fonction désintègre la particule `EvtParticle *p` en fonction du fichier `USER.DEC` spécifié dans l'interface d'EvtGen, dont je ne donnerai pas de détails dans ce rapport. La fonction

```
p->initializePhaseSpace(getNDaug(),getDaugs());
```

initialise l'espace de phase en créant les particules filles à partir de la particule mère que l'on spécifie dans le fichier qui fait l'interface, en fonction de la masse des filles et de leur nombre. Une fois ces particules créées, on peut extraire à souhait plusieurs données sur les filles, comme leurs 4-vecteurs énergie-impulsion et leurs vecteurs de polarisation. On peut ensuite les intégrer dans le calcul de l'amplitude, dont les détails ne sont pas donnés ici, puisqu'il seront décrits plus loin. On calcule ensuite l'amplitude en fonction de chaque état de spin possible pour chaque particule de spin non trivial. Cette dernière opération est la plus importante, c'est celle qui se fait dans la fonction `vertex(i,j,AMPLITUDEij)` où `i` est l'état de spin de la première particule de spin non trivial, `j` l'indice de l'état de spin de la seconde particule de spin non trivial, et `AMPLITUDEij` l'amplitude correspondant à la combinaison de spin données par `i` et `j`, calculée plus haut. La fonction `vertex` calcule donc l'amplitude et la renvoie pour effectuer un test afin de savoir si la configuration cinématique testée est possible ou non.

Tout le travail consiste donc à calculer `AMPLITUDEij` dans la partie réservée à cet effet, à l'aide des vecteurs concernant les particules, selon la référence [1], à l'aide des bibliothèques de calcul disponibles dans EvtGen. Par exemple, une bibliothèque de calcul tensoriel sera très utile, compte tenu de la nature tensorielle de beaucoup d'éléments donnés dans l'amplitude. Toutes les fonctions utilisées dans le cadre de cette implémentation seront données dans l'annexe C, dans lequel on donnera la bibliothèque, l'utilisation de la fonction et son utilité. Nous n'entrerons pas dans les détails des fonctions usuelles de C++. Lors de la lecture de ce rapport, on laissera donc le soin au lecteur, afin d'alléger l'écriture, d'aller se renseigner dans l'annexe C pour comprendre telle ou telle fonction utilisée.

4 Données théoriques concernant la désintégration $B \rightarrow K\gamma\gamma$

4.1 Généralités

Comme nous l'avons dit, l'implémentation se basera sur l'article de Choudhury et al. [1] dont le titre est "Study of the flavor changing neutral current decay mode $B \rightarrow K\gamma\gamma$ ". C'est une étude du canal exclusif $B \rightarrow K\gamma\gamma$ qui tente de prendre en compte le plus possible d'éléments, de l'amplitude irréductible (comme donnée dans l'introduction) aux diverses contributions résonnantes, qui sont données plus bas. Une contribution résonnante est un phénomène provenant de diagrammes de Feynman différents mais participant, pour un intervalle déterminé d'un diagramme de Dalitz, au même état final $K\gamma\gamma$.

Même si au final c'est l'élément irréductible qui est le plus convoité, les résonances sont capitales pour plusieurs raisons. Tout d'abord, elles permettent de déterminer dans quel domaine l'élément irréductible pourra éventuellement être mesuré, c'est-à-dire dans quel domaine cet élément ne sera pas "pollué" par les résonances. La seconde raison est que l'élément irréductible ne pouvant être mesuré actuellement, il faudra de toute façon déjà chercher ces résonances avant d'espérer mesurer un quelconque signal irréductible.

L'amplitude de la désintégration $B \rightarrow K\gamma\gamma$ peut donc se résumer aux contributions suivantes. Tout d'abord, on a l'amplitude irréductible, selon le diagramme de la Fig. 1. Nous avons également les contributions résonnantes, tel que K^* , η , η' , η_c et η'_c correspondant respectivement aux transitions suivantes :

- 1) $B \rightarrow K^*\gamma$, suivie de $K^* \rightarrow K\gamma$
- 2) $B \rightarrow K\eta$, suivie de $\eta \rightarrow \gamma\gamma$
- 3) $B \rightarrow K\eta'$, suivie de $\eta' \rightarrow \gamma\gamma$
- 4) $B \rightarrow K\eta_c$, suivie de $\eta_c \rightarrow \gamma\gamma$
- 5) $B \rightarrow K\eta'_c$, suivie de $\eta'_c \rightarrow \gamma\gamma$

Nous pouvons dire d'emblée que nous ne nous occuperons pas de la résonance η , car, sa largeur étant très faible ($\Gamma_{\text{total}}^\eta = 1.18 \cdot 10^{-6}$ GeV, [7]), elle est expérimentalement très facilement traitable, et difficilement visible au niveau de la simulation, puisqu'il il faut simuler beaucoup d'événements pour avoir la chance de la voir apparaître dans telle ou telle liste d'événements ; l'expérience a été faite : le pic n'était pas visible. Il se trouve qu'une telle largeur ne produit pas d'interférence susceptible de contribuer de manière non-négligeable à la forme des distributions qui nous intéressent, mis à part éventuellement un pic, presque un Dirac, dans certaines d'entre elles, comme par exemple la distribution de la masse invariante des deux photons.

La résonance η'_c n'a pas été traitée par Choudhury et al. dans [1], puisqu'à l'heure de la publication elle n'était pas confirmée. Actuellement, cette résonance a été confirmée par l'expérience BELLE, et il s'agira de l'implémenter plus tard, puisqu'elle sera expérimentalement intéressante. L'implémentation ne devrait pas poser de problèmes, la formule sera la même que pour la résonance η_c .

Par manque de temps, ainsi que par manque d'information concernant cette désintégration dans [1], nous n'implémenterons pas la résonance η' . Certaines fonctions qui déterminent le couplage de cette contribution n'étaient pas explicitement données dans l'article. Une communication privée avec le co-auteur de [1], M. Namit Mahajan, vient (à l'heure de la rédaction) de nous fournir ces informations qui nous serviront lors de la finalisation ultérieure du travail. Pour être complet, nous donnerons dans cette section les formules théoriques qui serviront pour l'implémentation de chaque résonance, même celles que nous n'implémentons pas réellement.

Afin d'implémenter le modèle concernant la désintégration $B \rightarrow K\gamma\gamma$, et en accord avec la description faite plus haut concernant le générateur EvtGen, nous devons connaître l'expression de l'amplitude pour ce processus. Nous utilisons les résultats donnés dans [1] :

$$M_{\text{tot}} = M_{\text{irred}} + M_{\eta_c} + \xi_{K^*} M_{K^*} + \xi_\eta M_\eta + \xi_{\eta'} M_{\eta'}$$

L'amplitude totale M_{tot} correspond à la somme de l'amplitude irréductible et des amplitudes correspondant aux contributions résonnantes citées ci-dessus. Les nombres $\xi_i = \pm 1$ correspondent aux signes des résonances, qui sont inconnus à l'heure de la publication de l'article [1], mis à part le signe de la contribution η_c ($\xi_{\eta_c} = +1$).

Nous allons donner ici l'expression de ces amplitudes, telles qu'elles ont été calculées dans [1], mais sans rentrer dans les détails théoriques. Il est important de remarquer que certaines valeurs numériques utilisées dans le calcul des amplitudes peuvent avoir été mesurées plus précisément à la suite de la publication de l'article. Mais lors du développement du modèle, il est important de pouvoir comparer les résultats obtenus par simulation

avec les résultats obtenus par calcul dans la publication, et pour cela il importe d'utiliser dans un premier temps exactement les mêmes valeurs numériques que dans [1]. Ces dernières valeurs pourront être modifiées par la suite avec les valeurs mises à jour. Dans le même ordre d'idées, la contribution η'_c , étant absente de la publication, dans un premier temps nous l'omettrons.

4.2 La contribution "penguin" irréductible M_{irred}

L'amplitude correspondant à la transition "penguin" telle que sur la Fig. 1, comprend une somme sur toutes les possibilités d'émission de deux photons, que cette émission soit produite par la boucle penguin, ou en dehors. L'émission hors de la boucle correspond à l'émission de l'un ou des deux photons par un quark externe, avant ou après la boucle, ou même par un quark "spectacteur", c'est-à-dire le quark qui ne participe pas au vertex donnant lieu à la (u,c,t,new-physics?)-loop.

Voici l'expression de cette amplitude (donnée en [1]) :

$$M_{\text{irred}}(B \rightarrow K\gamma\gamma) = \left(\frac{16\sqrt{2}\alpha G_F V_{ts}^* V_{tb}}{9\pi} \right) \times \left[\frac{1}{2} \langle K | \bar{s}\gamma^\rho b | B \rangle \sum_q A_q J(m_q^2) R_{\mu\nu\rho} + \frac{1}{2} \langle K | \bar{s}b | B \rangle \{ iB(m_s K(m_s^2) + m_b K(m_b^2)) T_{\mu\nu} + C(-m_s L(m_s^2) + m_b L(m_b^2)) \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_1^\alpha k_2^\beta \} \right] \epsilon^\mu(k_1) \epsilon^\nu(k_2)$$

où

$$\langle K | \bar{s}\gamma^\rho b | B \rangle = \left((p_B + p_K)^\rho - \frac{m_B^2 - m_K^2}{q^2} q^\rho \right) F_1^{BK}(q^2) + \left(\frac{m_B^2 - m_K^2}{q^2} \right) q^\rho F_0^{BK}(q^2) \quad (1)$$

$$\langle K | \bar{s}b | B \rangle = (m_b - m_s)^{-1} (m_B^2 - m_K^2) F_0^{BK}(q^2) \quad (2)$$

$$R_{\mu\nu\rho} = k_{1\nu} \epsilon_{\mu\rho\sigma\lambda} k_1^\sigma k_2^\lambda - k_{2\mu} \epsilon_{\nu\rho\sigma\lambda} k_1^\sigma k_2^\lambda + (k_1 \cdot k_2) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} (k_2 - k_1)^\sigma \quad (3)$$

$$T_{\mu\nu} = k_{2\mu} k_{1\nu} - (k_1 \cdot k_2) g_{\mu\nu} \quad (4)$$

$$q^\rho = k_1 + k_2 \quad (5)$$

où k_1 et k_2 sont les 4-vecteurs des photons, p_B le 4-vecteur du méson B , p_K le 4-vecteur du Kaon, $\epsilon^\mu(k_i)$ les vecteurs de polarisation des photons, $g^{\mu\nu}$ la métrique de la relativité restreinte (ou de Minkowski) avec la convention $g^{00} = +1$, et $\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}$ le tenseur totalement antisymétrique tel que

$$\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} = \begin{cases} -1 & \text{si } \alpha\beta\gamma\delta \text{ est une permutation paire de } 0123, \\ +1 & \text{si } \alpha\beta\gamma\delta \text{ est une permutation impaire de } 0123, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On a aussi les fonctions

$$J(m^2) = I_{11}(m^2) \quad (6)$$

$$K(m^2) = 4 I_{11}(m^2) - I_{00}(m^2) \quad (7)$$

$$L(m^2) = I_{00}(m^2) \quad (8)$$

où

$$I_{pq}(m^2) = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{x^p y^q}{m^2 - 2(k_1 \cdot k_2)xy - i\epsilon} \quad (9)$$

est le propagateur d'un quark de masse m .

Pour alléger la lecture, la valeur et la légende de chaque constante numérique utilisée est indiquée dans l'annexe A, dans lequel on indique à chaque fois les valeurs utilisées par la publication, et les éventuelles mises à jour. En conséquence on n'entre pas ici dans le détail des facteurs numériques intervenant ci-dessus. Notons juste que B , C et les A_i sont des constantes (données en annexe) dépendantes des coefficients de Wilson C_i , également donnés en annexe.

On consacrera plus tard aux facteurs de forme $F_0^{BK}(q^2)$, $F_1^{BK}(q^2)$ du courant $B \rightarrow K$ un paragraphe. Disons pour l'instant qu'ils sont donnés dans l'article [2]. On fera de même pour le propagateur des quarks.

4.3 La contribution du η_c

L'amplitude pour le processus résonant $B \rightarrow K\eta_c$ suivi de $\eta_c \rightarrow \gamma\gamma$ est décrite comme suit :

$$M_{\eta_c} = 2B_{\eta_c} f_{\eta_c} \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \left(C_1 + \frac{C_2}{3} \right) F_0^{BK}(m_{\eta_c}^2) (m_B^2 - m_K^2) \\ \times \epsilon^{*\mu}(k_1) \epsilon^{*\nu}(k_2) \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_1^\alpha k_2^\beta \frac{1}{q^2 - m_{\eta_c}^2 + im_{\eta_c} \Gamma_{\text{total}}^{\eta_c}}$$

Nous n'entrons pas, ici non plus, dans le détail des constantes numériques. Les vecteurs $\epsilon^*(k_i)$ sont les conjugués complexes des vecteurs de polarisation des photons. Le facteur de forme $F_0^{BK}(m_{\eta_c}^2)$ est le facteur de forme que nous avons déjà rencontré lors de la description de l'élément irréductible, évalué à la masse du η_c .

4.4 La contribution du η

Comme nous l'avons dit plus haut, nous n'implémenterons pas cette résonance, mais nous donnons l'expression ici pour être complet. L'amplitude pour ce processus est la même que celle du η_c , mis à part les constantes B_{η_c} , f_{η_c} , $F_0^{BK}(m_{\eta_c}^2)$ et m_{η_c} , qu'il faut remplacer par leurs analogues B_η , f_η , $F_0^{BK}(m_\eta^2)$ et m_η (également donnés en annexe A). Le signe de l'amplitude, et donc l'interférence avec les autres processus, n'est pas connu.

$$M_\eta = 2B_\eta f_\eta \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \left(C_1 + \frac{C_2}{3} \right) F_0^{BK}(m_\eta^2) (m_B^2 - m_K^2) \\ \times \epsilon^{*\mu}(k_1) \epsilon^{*\nu}(k_2) \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_1^\alpha k_2^\beta \frac{1}{q^2 - m_\eta^2 + im_\eta \Gamma_{\text{total}}^\eta}$$

4.5 La contribution du η'

Cette contribution ne sera pas non plus implémentée pour la raison citée au paragraphe 4.1. L'amplitude a la même forme que les précédentes, mis à part le fait que les couplages qui se placent dans l'amplitude s'écrivent différemment. On a en effet :

$$M_{\eta'} = 2B_{\eta'} F(B^i K^i \eta') \\ \times \epsilon^{*\mu}(k_1) \epsilon^{*\nu}(k_2) \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_1^\alpha k_2^\beta \frac{1}{q^2 - m_{\eta'}^2 + im_{\eta'} \Gamma_{\text{total}}^{\eta'}}$$

où $i = +, 0$. La fonction $F(B^i K^i \eta')$ est donnée (sans détails) dans [1]. Elle est difficilement utilisable telle qu'elle est donnée dans l'article : il faut certaines précisions qui, comme nous l'avons dit plus haut, viennent de nous être fournies par M. Namit Mahajan. Selon [1], on a :

$$\Gamma(B^i \rightarrow K^i \eta') = \frac{1}{16\pi m_B} |F(B^i K^i \eta')|^2 \lambda^{\frac{1}{2}} \left(1, \frac{m_K^2}{m_B^2}, \frac{m_{\eta'}^2}{m_B^2} \right)$$

où la fonction $\lambda(a, b, c)$ est donnée par :

$$\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc$$

4.6 La contribution du η'_c

Cette contribution résonante n'a pas été traitée dans l'article, puisqu'elle n'était pas confirmée à l'époque. Actuellement, elle a été confirmée par l'expérience BELLE. Pour la finalisation du travail, il faudra prendre

en compte les données sur cette contribution, et utiliser la même formule que pour les résonances η_c et η , avec un couplage approprié. Cette contribution sera ultérieurement utile, puisqu'elle est dans un intervalle du diagramme de Dalitz où le facteur de branchement de l'élément irréductible est le plus grand. En conséquence ce sera justement la région dans laquelle nous allons chercher un signal irréductible.

4.7 La contribution du K^*

Cette amplitude a une expression différente de celle des autres contributions résonantes :

$$M_{K^*} = [T^{\mu\nu}(k_1, k_2) + (\mu \leftrightarrow \nu, k_1 \leftrightarrow k_2)] \epsilon^*_\mu(k_1) \epsilon^*_\nu(k_2)$$

avec

$$T^{\mu\nu}(k_1, k_2) = - \left(\frac{em_b g^i F^i}{16\pi^2} \right) 4 \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{cs}^* C_7 \frac{1}{(p_B - k_1)^2 - m_{K^*}^2 + im_{K^*} \Gamma_{\text{total}}^{K^*}} \epsilon^{\alpha\nu\gamma\delta} k_{2\alpha} (p_B - k_1)_\gamma k_{1\beta}' \\ \times \left(g_{\delta\sigma'} - \frac{(p_B - k_1)_\delta (p_B - k_1)_{\sigma'}}{m_{K^*}^2} \right) \left[i \epsilon^{\mu\beta'\sigma'\tau'} (p_B - k_1)_{\tau'} - \left(g^{\mu\sigma'} (p_B - k_1)^{\beta'} - g^{\beta'\sigma'} (p_B - k_1)^\mu \right) \right]$$

L'amplitude complète comprend naturellement deux termes, correspondant chacun à un photon différent. Dans le premier terme, on considère que c'est le photon k_2 qui provient du K^* , et dans le second terme on considère que c'est le photon k_1 . Ici, 1 et 2 ne sont qu'un numérotation arbitraire des photons (contrairement à la suite, dans la section résultats, où ces numéros ne seront plus arbitraires). L'amplitude est la somme des deux possibilités ; c'est la "symétrisation" de l'amplitude.

Il faut remarquer que cette contribution sera visible au moyen de distributions différentes des autres contributions : alors que les contributions η , η' , η_c et η'_c se manifestent par un pic dans le spectre de la masse invariante $m_{\gamma\gamma}$ des deux photons, cette contribution sera visible par un pic dans la masse invariante du photon provenant du K^* et du Kaon.

4.8 Les résultats de Choudhury et al.

La référence [1] nous donne le facteur de branchement prévu :

$$1.477 \cdot 10^{-6} \leq \text{Br}(B \rightarrow K\gamma\gamma) \leq 1.748 \cdot 10^{-6}$$

en incluant toutes les résonances. L'article fournit aussi l'information qui est la plus utile pour nous : la distribution de la masse invariante $m_{\gamma\gamma} = \sqrt{(k_1 + k_2)^2}$ des deux photons. Cette distribution est importante pour plusieurs raisons. Premièrement, c'est la seule distribution donnée dans [1], et donc le seul moyen de vérifier la correcte implémentation de l'amplitude. Et la seconde raison est liée à la première, c'est que c'est la variable qui sera la plus importante expérimentalement. Cette projection du diagramme de Dalitz contient beaucoup d'informations, et elle est indépendante du référentiel (puisque'elle est invariante), ce qui est un avantage lorsqu'on a affaire à une désintégration d'une particule dont on ne connaît pas la quantité de mouvement. En effet, les variables du laboratoire sont boostées par rapport aux variables du centre de masse. En dernier lieu, c'est elle qui sera la marque d'une éventuelle nouvelle physique, dans le cas où la distribution serait différente expérimentalement. On montre en Fig. 2 la distribution donnée dans [1].

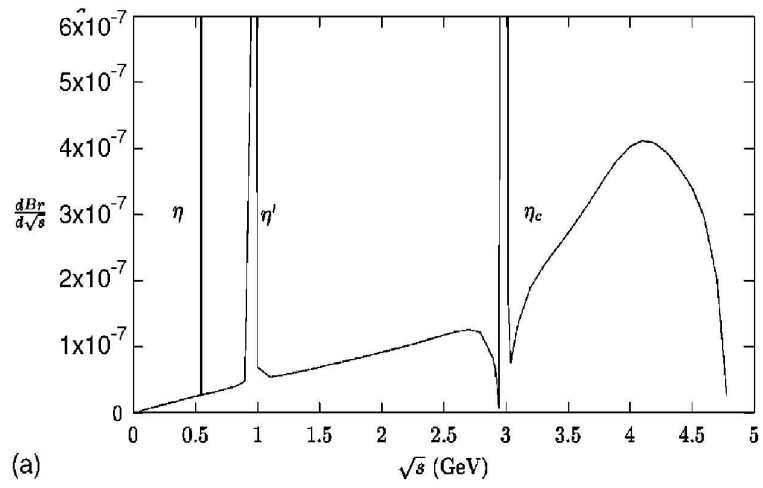


FIG. 2 – Distribution de la masse invariante des deux photons \sqrt{s} , figure tirée de [1].

5 Résultats de la génération selon l'espace de phase (PHSP)

Afin de voir quel est l'effet de la prise en compte de l'élément de matrice comprenant les calculs sur les spins des photons ainsi que les corrections QCD, c'est-à-dire l'élément de matrice $M_{\text{irred}}(B \rightarrow K\gamma\gamma)$ donné dans [1], il convient de commencer par générer selon l'espace de phase (le modèle "PHSP", pour "PHase SPace") et de voir les résultats des distributions du plus grand nombre de variables, tout en restant dans le domaine de celles qui seront détectables plus tard. C'est-à-dire principalement les énergies et impulsions des trois particules, et les angles qu'elles font entre elles dans les trois référentiels importants : celui du laboratoire, celui du centre de masse de l' $\Upsilon(4S)$, et celui du méson B . Ce dernier permet de mieux visualiser les variations de distributions, et ce sera celui que nous utiliserons principalement.

Pour effectuer une simulation, il faut un programme qui fasse l'interface avec EvtGen. Nous ne donnons pas de détails dans ce travail sur ce programme. Dans ce programme, on spécifie le 4-vecteur de la particule mère, c'est-à-dire que l'on décide, en mettant la quantité de mouvement à zéro, de se placer dans le centre de masse de la mère, ou dans un laboratoire si on spécifie une quantité de mouvement non-nulle. On spécifie également le fichier USER.DEC, dont nous avons parlé dans la section 3. Enfin, c'est ce programme qui remplit un n-tuple avec les variables voulues, ou des histogrammes.

5.1 Distributions du B

Nous pouvons premièrement analyser les variables concernant le B , pour vérifier qu'il est bien généré. Ces variables sont indépendantes de notre modèle, qui n'interviendra que lors de la désintégration du B . Ici, c'est une désintégration $\Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$ qui est effectuée à l'aide du modèle EvtVSS. Pour la suite de ce travail, toutes les simulations se feront en désintégrant un B^0 , puisque le graphe donné dans [1] concerne cette particule. Il est néanmoins possible de changer les valeurs numériques dans le programme pour désintégrer un B^+ ou un B^- .

5.1.1 Dans le centre de masse de l' $\Upsilon(4S)$

Nous montrons en Fig. 3 l'angle θ entre le B et la direction qu'aurait le faisceau (z), ainsi que l'angle azimuthal ϕ , qui est l'angle du B autour du faisceau. En ordonnée figure le nombre d'événements, le nombre d'événements total étant spécifié sur chaque distribution sous la dénomination "entries". La même légende sera appliquée pour toutes les distributions qui vont suivre dans ce travail. On y voit très bien que l'angle azimuthal possède une distribution uniforme autour du faisceau, qui est induite par la symétrie du problème. Il n'y a en effet aucun axe privilégié perpendiculaire à la direction z . On peut vérifier également que la distribution du B est cohérente avec la production $e^+e^- \rightarrow B^0 \bar{B}^0 (B^+ B^-)$. En effet, la collision électron-positron, due à l'hélicité moyenne de l'électron qui est de $\langle \xi_{e^-} \rangle = -\frac{v}{c}$ ainsi que de celle du positron qui est de $\langle \xi_{e^+} \rangle = +\frac{v}{c}$, donne un $\Upsilon(4S)$ de spin 1 orienté en général selon z , l'axe du faisceau. En conséquence, les mésons B n'ayant pas de spin, ils sont obligés d'emporter un moment orbital, et donc d'être émis en moyenne dans une direction perpendiculaire au faisceau, ce qui donne une moyenne de $\frac{\pi}{2} = 1.57$. Et effectivement, on lit que la moyenne sur le graphe concorde. Nous avons pu également vérifier que ces données concordent pour l'expérience BELLE par exemple.

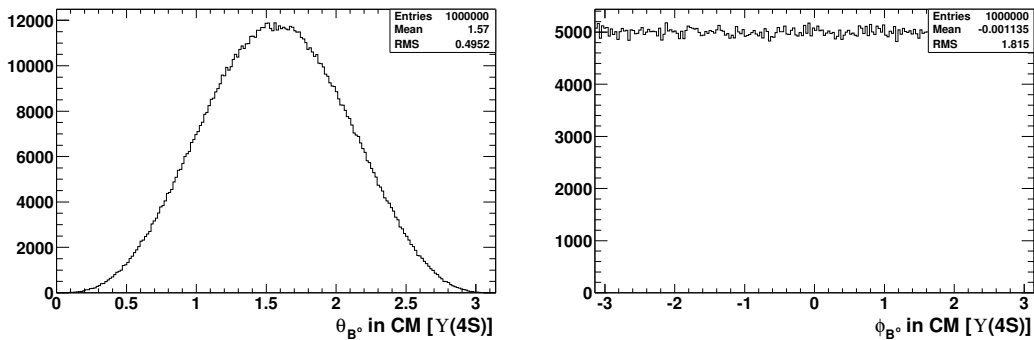


FIG. 3 – Génération selon l'espace de phase, variables de contrôle pour le B dans son centre de masse.

5.1.2 Dans le laboratoire (dans le cas de BELLE)

Nous donnons ici, à titre indicatif, les distributions précédentes cette fois mesurées dans le laboratoire. Pour simuler le laboratoire, on désintègre un $\Upsilon(4S)$ possédant une quantité de mouvement selon z correspondante aux données de l'expérience BELLE, c'est-à-dire celle que l'on calcule ci-dessous. Le spin du $\Upsilon(4S)$ est toujours orienté selon z .

Le faisceau de l'expérience est BELLE est asymétrique. On a :

$$\begin{aligned} E_{e^-} &= 8.0 \text{ GeV} \\ E_{e^+} &= 3.5 \text{ GeV} \end{aligned}$$

en conséquence, on a dans le référentiel du laboratoire :

$$P_{\text{tot,labo}} = (E_{e^-} + E_{e^+}, \sqrt{E_{e^-}^2 - m_{e^-}^2} - \sqrt{E_{e^+}^2 - m_{e^+}^2}, 0, 0)$$

on obtient donc :

$$\begin{aligned} \sqrt{s} &= 10.58 \text{ GeV (correspondant à la masse du } \Upsilon(4S)) \\ |p_z(\Upsilon(4S))| &= 4.50 \text{ GeV (correspondant à l'impulsion du } \Upsilon(4S)) \end{aligned}$$

en utilisant cette impulsion pour simuler un $\Upsilon(4S)$ en mouvement dans le laboratoire, on obtient les distributions de la Fig. 4.

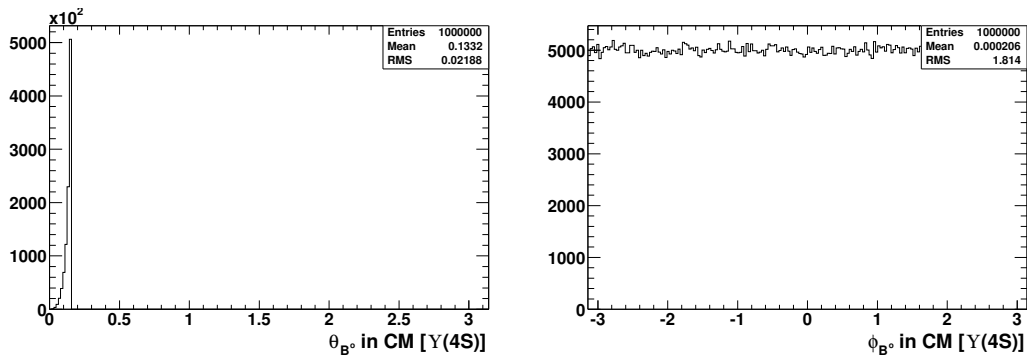


FIG. 4 – Génération selon l'espace de phase, variables de contrôle pour le B dans le laboratoire.

La distribution de ϕ se passe de commentaires, elle n'a pas changé, ce qui est tout-à-fait normal puisqu'il n'y a pas de boost selon x ou y .

On constate que l'angle θ approche zéro dans le laboratoire, et ceci est tout à fait cohérent avec le fait que le B est produit pratiquement au repos dans le référentiel de l' $\Upsilon(4S)$. En effet, un bref calcul cinématique donne la quantité de mouvement du B dans le centre de masse du $\Upsilon(4S)$: $p_{B^0} = 334 \text{ MeV}$. On peut vérifier ceci sur la Fig. 5.

5.2 Distributions du Kaon et des deux photons

5.2.1 Variables indépendantes du référentiel

Nous allons maintenant nous intéresser aux variables des états finaux de la désintégration $B \rightarrow K\gamma\gamma$, produite par le modèle PHSP. Parmi ces variables, certaines sont indépendantes du référentiel : il s'agit des invariants de Lorentz, c'est à dire le carré de n'importe quel 4-vecteur. Nous nous intéressons ici à deux d'entre

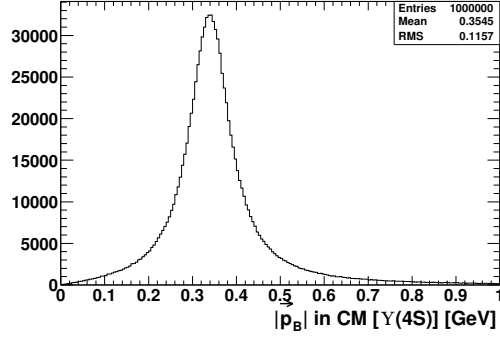


FIG. 5 – Génération selon l'espace de phase, quantité de mouvement du B dans le centre de masse du $\Upsilon(4S)$.

eux en particulier. Tout d'abord, la masse invariante des trois particules, qui doit donner la masse du B ; ensuite la masse invariante des deux photons, qui sera la distribution la plus importante du modèle, puisque c'est la seule, comme nous l'avons dit, que nous pourrions comparer avec la distribution obtenue en [1]. Nous donnons en Fig. 6 les résultats dans deux référentiels : celui de l' $\Upsilon(4S)$, puis celui du laboratoire, afin de vérifier que ces variables sont bien indépendantes du référentiel.

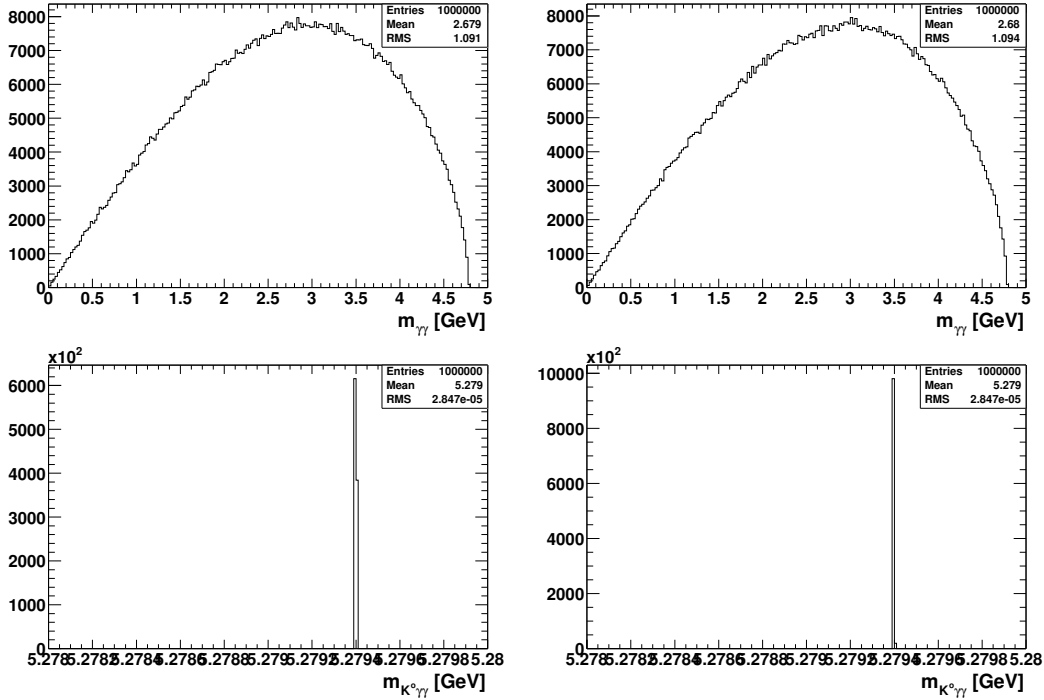


FIG. 6 – Génération selon l'espace de phase, masse invariante, indépendantes du référentiel.

Nous voyons, en ce qui concerne la masse invariante des trois particules $m_{K^0\gamma\gamma}$, qu'il s'agit bien de la masse du B^0 qui est de $m_{B^0} = 5.2794 \pm 0.0005$ GeV [7]. En fait, on voit sur le graphique un pic à 5.2794 GeV, car c'est cette valeur qui est implémentée dans la table qui décrit les particules et leurs propriétés dans EvtGen (le fichier `evt.pdl`).

Nous pouvons vérifier que ces variables sont bien indépendantes du référentiel. En outre, on peut voir que la masse invariante des photons se situe entre 0 GeV (le cas où les deux photons sont exactement colinéaires) et 4.8 GeV, qui correspond exactement à la masse invariante maximale qui peut être emportée par les photons : il s'agit de la différence entre la masse du B^0 et la masse du K^0 (avec les valeurs de [7]) :

$$m_{B^0} - m_{K^0} = 4.781 \text{ GeV}$$

5.2.2 Variables dans le centre de masse du B

Nous allons maintenant nous intéresser aux variables suivantes :

- 1) α : l'angle entre le photon de plus haute énergie et le Kaon.
- 2) β : l'angle entre les deux photons.
- 3) γ : l'angle entre le photon de moins haute énergie et le Kaon.

Il est utile de remarquer que ces angles sont indépendants. Pour α, β fixés, γ n'est pas déterminé, même s'il est astreint à rester dans un certain intervalle déterminé par α et β .

- 4) E_{γ_1} : c'est l'énergie du photon de plus haute énergie (que nous appelons γ_1), égale à son impulsion.
- 5) E_{γ_2} : c'est l'énergie du photon de moins haute énergie (que nous appelons γ_2), égale à son impulsion.
- 6) E_K : l'énergie du Kaon.

L'utilité de la séparation en énergie des deux photons est d'avoir un moyen de contrôle supplémentaire, puisque si l'on ne fait pas cette sélection, on obtient exactement la même distribution pour les deux photons. Il faut cependant être conscient du fait que cette sélection dépend du référentiel. En effet, selon la géométrie de l'expérience, un photon plus énergétique qu'un autre dans le centre de masse du B peut, si ce dernier est émis à reculons dans le laboratoire alors que l'autre est émis en avant, avoir moins d'énergie dans le laboratoire. Il faut donc choisir un référentiel dans lequel on fera la sélection et s'y tenir pour la suite des opérations. Le candidat le plus évident est le centre de masse du B .

- 8) balance : c'est le rapport $\frac{E_{\gamma_2}}{E_{\gamma_1}}$, c'est-à-dire que c'est un indicateur de la répartition en énergie des deux photons. Il faut noter que, du fait de la définition de γ_1 et de γ_2 (séparation en énergie), la balance ne peut être plus grande que 1. Pour être complet, on peut rajouter à la fin de cette distribution la même distribution en "miroir", entre balance = 1 et balance = 2.
- 9) $m_{K\gamma_1}, m_{K\gamma_2}$, qui sont les masses invariantes respectivement du photon de plus haute énergie et du Kaon, et du photon de moins haute énergie et du Kaon. Ces variables seront importantes dans l'étude de la contribution K^* .

A titre de vérification, on peut voir la distribution de δ , l'angle entre le Kaon et la somme 3-vectorielle des deux impulsions des photons, qui permet par exemple de vérifier que l'on est bien dans le référentiel du centre de masse du B .

5.2.3 Angles entre les particules

Nous donnons en Fig. 7, pour commencer, les angles α, β , et γ . Nous voyons, comme on s'y attend, que l'angle α entre le photon de plus haute énergie et le Kaon est plutôt un grand angle. En ce qui concerne β , l'angle entre les deux photons, on voit déjà apparaître une caractéristique importante pour la suite. En effet, on peut séparer l'angle entre les photons en deux catégories : $\beta \leq \frac{\pi}{2}$ et $\beta \geq \frac{\pi}{2}$. Lorsqu'on tiendra compte, dans l'amplitude, de la conservation du moment cinétique, il sera intéressant de savoir si les photons émis sont en moyenne émis dos-à-dos, emportant avec eux une grande partie de la masse invariante totale et laissant le Kaon sans beaucoup de quantité de mouvement, ou si les photons sont préférentiellement émis dans la même direction, emportant une faible masse invariante. On peut d'ores et déjà dire, en voyant la Fig. 7, que l'espace de phase est plus grand pour des photons émis dos-à-dos. En fait, ce que l'on peut vérifier, c'est que la distribution cinématique obtenue avec PHSP satisfait au moins l'équipartition de l'énergie. On peut faire un bref calcul en supposant que l'énergie du B est répartie de manière équitable entre les trois particules (ce calcul s'applique aussi pour $B^\pm \rightarrow K^\pm \gamma \gamma$).

La masse du B vaut $m_B = 5.279$ GeV. En estimant l'énergie moyenne par particule $\langle E \rangle = \frac{5.279 \text{ GeV}}{3} = 1.760$ GeV, on obtient que

$$\begin{aligned} |\vec{p}_{\gamma_1}| &= 1.760 \text{ GeV} \\ |\vec{p}_{\gamma_2}| &= 1.760 \text{ GeV} \\ |\vec{p}_K| &= \sqrt{E_K^2 - m_K^2} = 1.689 \text{ GeV} \end{aligned}$$

en appliquant la conservation de l'énergie-quantité de mouvement, on trouve que l'angle moyen entre les deux photons vaut $\langle \beta \rangle = 2.14$ radians, et est donc en parfait accord avec la Fig. 7.

A titre de vérification du fait que l'on se trouve bien dans le centre de masse du B , on peut observer la Fig.

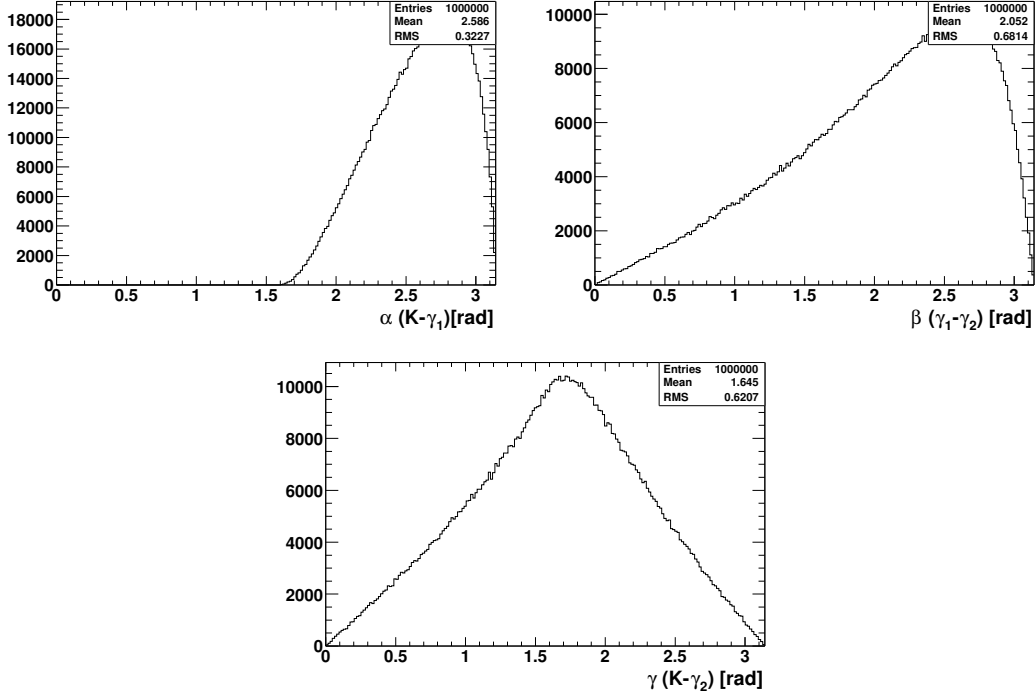


FIG. 7 – Génération selon l'espace de phase, angles entre les trois particules dans le centre de masse du B .

8, qui montre l'angle δ entre les deux photons et le Kaon, qui vaut nécessairement π par conservation de l'énergie-impulsion.

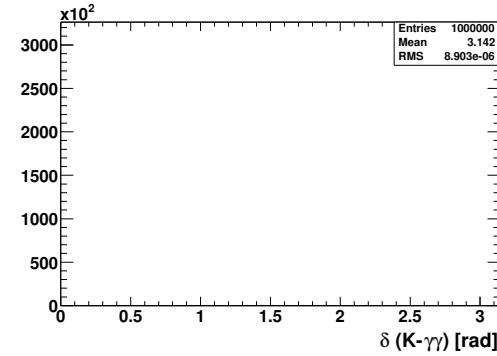


FIG. 8 – Génération selon l'espace de phase, angle entre le Kaon et les deux photons dans le centre de masse du B .

5.2.4 Energie-impulsion des trois particules

Si nous nous intéressons maintenant aux énergies, on peut voir la Fig. 9, sur laquelle on a représenté les énergies et impulsions des trois particules (pour un photon, son impulsion est exactement son énergie), ainsi que la balance, variable définie plus haut. On peut voir, selon ces figures, que l'un des photons doit avoir au moins 1.3 GeV. Ceci s'explique aisément quand on étudie la cinématique du problème. En effet, les deux photons doivent se partager l'impulsion du Kaon, car le B est au repos dans son centre de masse. L'énergie devant être partagée par les trois particules est de 5.279 GeV, et chacune des trois particules en obtient au maximum la moitié, c'est-à-dire 2.640 GeV. Ceci se voit aisément sur la figure, pour les deux photons ; cette impulsion correspond à 2.680 GeV d'énergie pour le Kaon, ce que l'on vérifie également sur la figure.

Dans le cas où le Kaon a l'impulsion maximale de 2.640 GeV, cela signifie qu'il a une énergie de $\sqrt{p_K^2 + m_K^2} = 2.680$ GeV, ce qui veut dire clairement qu'au moins l'un des deux photons a une énergie de 1.34 GeV. Dans le cas où le Kaon aurait une énergie minimale $E_K = m_K$, les deux photons doivent se partager la différence $m_B - m_K = 4.781$ GeV, c'est-à-dire qu'ils emportent 2.391 GeV chacun pour conserver la quan-

tité de mouvement. Ce raisonnement fixe également l'impulsion/énergie maximale du photon de moins haute énergie, qui devient donc 2.391 GeV, ce qui se vérifie également sur la figure.

En ce qui concerne la balance, on voit qu'en général l'énergie est bien répartie entre les deux photons (ce qui est en accord avec l'équipartition de l'énergie), puisqu'il y a un maximum autour de 100%. La moyenne indique 60%, mais ceci est un biais dû à la sélection des photons par leur énergie. Le rapport d'énergie entre deux photons aléatoirement choisis est en moyenne de 100% (dans ce cas la balance peut monter jusqu'à 200%) mais lorsqu'on choisit de prendre toujours le rapport de l'énergie après avoir fait la sélection de l'énergie, on obtient évidemment un rapport plus bas que 100%.

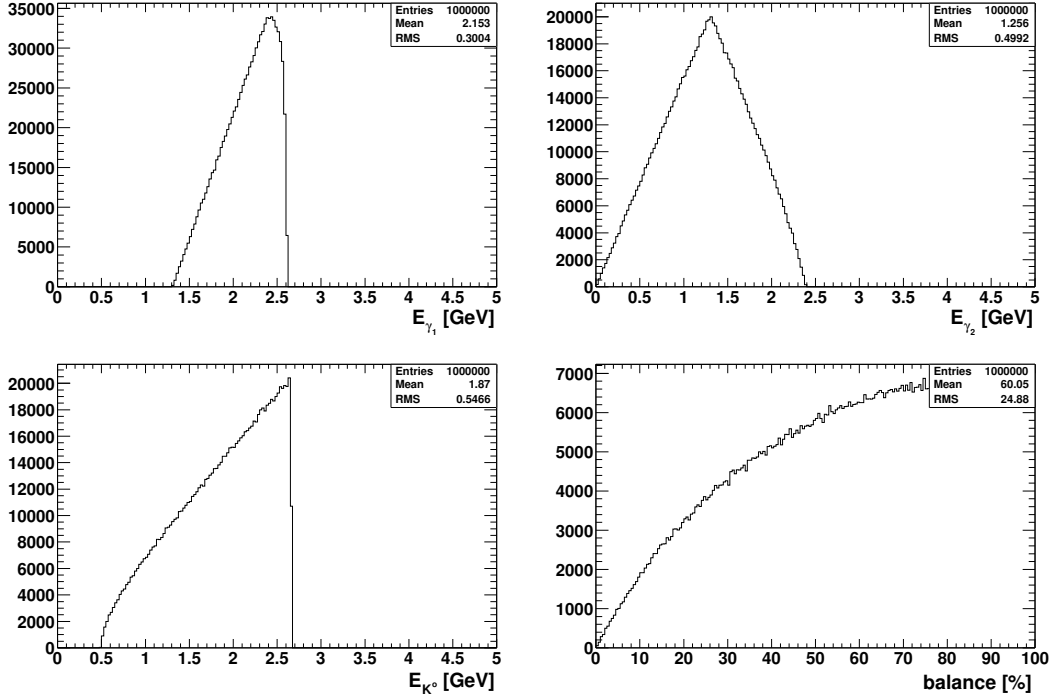


FIG. 9 – Génération selon l'espace de phase, variables du centre de masse du B .

La dernière remarque que l'on peut faire, c'est que la distribution de la masse invariante des deux photons $m_{\gamma\gamma}$ donnée en Fig. 6 est cohérente avec la distribution de l'angle β . En effet, on a la relation

$$m_{\gamma\gamma} = \sqrt{(p_{\gamma_1} + p_{\gamma_2})^2} = \sqrt{2(p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2})} = \sqrt{2E_1E_2(1 - \cos\beta)}$$

et si on utilise les valeurs moyennes $\langle E_1 \rangle = 2.15$ GeV, $\langle E_2 \rangle = 1.26$ GeV et $\langle \beta \rangle = 2.05$, ce calcul grossier donne $\langle m_{\gamma\gamma} \rangle = 2.9$ GeV, ce qui s'accorde assez bien avec ce que l'on voit en Fig.6.

5.2.5 Variables supplémentaires

Comme nous l'avons mentionné, nous aurons besoin, lors de l'étude de la contribution K^* , de la masse invariante du photon provenant du K^* et du Kaon. A titre indicatif nous verrons également la masse invariante du photon ne provenant pas du K^* et du Kaon. La présence d'une contribution $B \rightarrow K^*(K\gamma)\gamma$ se manifestera dans la masse invariante du photon provenant du K^* et du K par un pic à la masse du K^* ($m_{K^{0*}} = 0.8961$ GeV, [7]). Une étude cinématique ultérieure (voir section 8.3) montrera que le photon provenant du K^* est forcément le photon de moins haute énergie. En Fig. 10 on montre ces distributions.

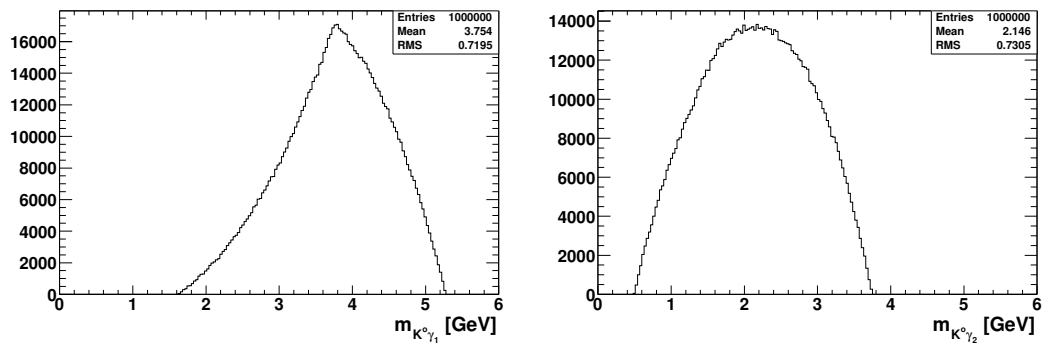


FIG. 10 – Génération selon l'espace de phase, variables supplémentaires.

6 Premières modifications sur le modèle : conservation du moment cinétique

Une fois terminée l'analyse de la simulation selon l'espace de phase, qui comme on peut le rappeler fournit la "matière première" que va tester EvtGen en fonction de la probabilité donnée par l'amplitude, on peut commencer à modifier le modèle et y ajouter une amplitude (il n'y en a pas dans PHSP). La première chose dont nous allons tenir compte, c'est la conservation du moment cinétique. En effet, elle n'est pas prise en compte dans le modèle PHSP. Rappelons que le B et le Kaon n'ayant pas de spin, les spins des photons doivent s'annuler. On peut exprimer simplement ceci de la manière suivante :

$$M = \epsilon^\mu(k_1)\epsilon_\mu(k_2) \quad (10)$$

Cette amplitude assure l'opposition des hélicités si les deux photons partent dans la même direction (c'est-à-dire $\beta \leq \frac{\pi}{2}$), et l'égalité des hélicités si ils sont émis dos-à-dos ($\beta \geq \frac{\pi}{2}$).

Pour implémenter cette amplitude, il faut extraire les 4-vecteurs complexes de polarisation des photons, à partir d'un objet EvtParticle qui décrit les photons. Ceci n'est pas décrit en détail ici, puisque nous ferons exactement la même chose lors de l'implémentation du modèle proprement dite. Nous décrivons la manière de faire en section 7.1. Il suffit pour l'instant de savoir que l'objet `gi` ci-dessous décrit le photon γ_i . A partir de cet objet, il est possible d'obtenir les informations concernant le photon comme son hélicité, et son énergie-impulsion. L'information qui nous intéresse dans le cas présent est d'avoir les 4-vecteurs complexes de polarisation des photons en base circulaire. Ceci se fait à l'aide de la fonction `epsParentPhoton(i)` (voir annexe C), où i désigne l'indice du vecteur de base utilisé. Par exemple, si nous avons affaire à une particule de spin 1, il y aura trois états de spin possible, et donc trois vecteurs de base qui seront indicés par $i=0,1,2$. Par contre, pour le cas de photons, puisqu'ils n'ont que deux états d'hélicité possible, les vecteurs seront indicés 0 ou 1. Dans notre cas, nous avons donc deux vecteurs de base. Le mot "Parent" désigne le référentiel de la particule mère, les photons n'ayant pas de référentiel de repos. Voici donc l'extraction des 4-vecteurs complexes de polarisation :

```
-----
// Extraction of the polarization vectors of the photons g1 and g2 for two
// different polarization states

EvtVector4C e10 = g1->epsParentPhoton(0); // first photon, state 0
EvtVector4C e11 = g1->epsParentPhoton(1); // first photon, state 1
EvtVector4C e20 = g2->epsParentPhoton(0); // second photon, state 0
EvtVector4C e21 = g2->epsParentPhoton(1); // second photon, state 1
-----
```

Dans chaque vecteur `eij`, i désigne le numéro du photon et j l'indice du vecteur de base de polarisation.

Il faut ensuite simplement multiplier scalairement ces 4-vecteurs complexes, et donner ce scalaire à la fonction `vertex(i,j,amplitudeij)`, qui calcule la probabilité associée à l'amplitude pour chaque combinaison d'états de spin (i,j) possibles :

```
-----
vertex(0,0,e10*e20); // both photons have same polarization state
vertex(0,1,e10*e21); // both photons have different polarization state
vertex(1,0,e11*e20); // both photons have different polarization state
vertex(1,1,e11*e21); // both photons have same polarization state
-----
```

Nous allons voir ce qui se passe dans deux cas précis, pour voir ce qu'implique précisément la conservation du moment cinétique entre les deux photons. Dans le premier cas on forcera les photons à avoir la même hélicité : on peut le faire en mettant en commentaires les fonctions `vertex(0,1,amplitude01)` et `vertex(1,0,amplitude10)`, c'est à dire que les seules amplitudes non-triviales correspondent à deux photons de même hélicité (0,0) ou (1,1), et dans le second cas on les forcera à avoir une hélicité opposée, en mettant en commentaire les fonctions `vertex(0,0,amplitude00)` et `vertex(1,1,amplitude11)`. Finalement nous tiendrons compte de ces deux contributions à la fois, en "activant" toutes les amplitudes.

6.1 Les deux photons ont la même hélicité

Le spin initial (celui du B) étant nul, le K étant de spin trivial également, la totalité du moment cinétique des photons doit être nulle également. En simplifiant le problème, les deux photons doivent être dans un état de spin opposé. Si on leur demande d'avoir la même hélicité, il faut donc qu'ils partent dans des directions opposées (dos-à-dos). En effet, on voit sur la Fig. 11 que l'angle β entre les deux photons est plutôt ouvert. On voit en outre que l'angle γ entre le photon de moins haute énergie et le K est plutôt petit, ce qui est à priori évident puisqu'il y a un grand angle entre les deux photons et que le photon de plus haute énergie part toujours dans une direction opposée à celle du K . On constate que l'énergie du K se situe dans une bonne moyenne entre son énergie minimale et son énergie maximale. En effet, les photons étant émis dos-à-dos en général, le Kaon n'a pas de contrainte à emporter une certaine énergie. Finalement on voit que la masse invariante emportée par les photons est plutôt grande, ce qui correspond tout à fait à une émission dos-à-dos puisque $m_{\gamma\gamma} = \sqrt{2E_1E_2(1 - \cos\beta)}$ (β grand implique $m_{\gamma\gamma}$ grand). La balance montre qu'en général, l'énergie est répartie équitablement entre les deux photons.

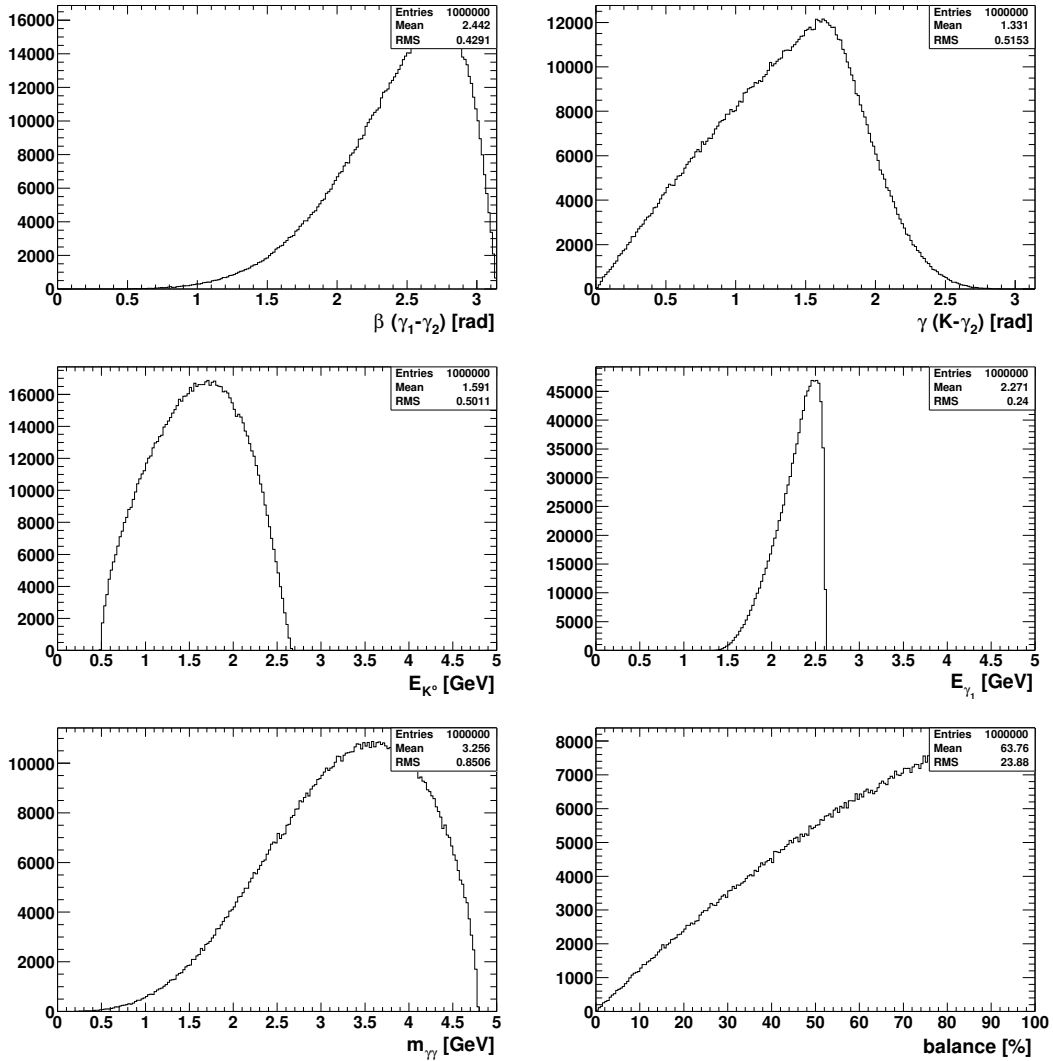


FIG. 11 – Génération selon l'espace de phase et conservation du moment cinétique, variables du centre de masse du B . Contribution des photons de polarisation égale.

6.2 Les deux photons ont une hélicité opposée

Si maintenant on demande aux photons d'avoir une hélicité opposée, pour conserver le spin il faut qu'ils partent plus ou moins colinéairement. On voit sur la Fig. 12 que l'angle β entre les deux photons est cette fois fermé ($\beta \leq \frac{\pi}{2}$). On voit en outre que l'angle γ entre le photon de moins haute énergie et le K est plutôt grand, puisque le K doit partir dans une direction opposée à celle des deux photons. Cette fois, le Kaon a une

énergie beaucoup moins large, s'approchant d'un spectre de désintégration à deux corps (monoénergétique), puisque cette particule doit emporter tout le recul dû aux deux photons presque colinéaires. On voit que la masse invariante emportée par les photons est plutôt petite (voir section précédente, remarque sur la relation entre $m_{\gamma\gamma}$ et β). La balance montre que le photon le moins énergétique possède en général la moitié de l'énergie de l'autre photon, ce qui montre une énergie moins bien répartie que précédemment.

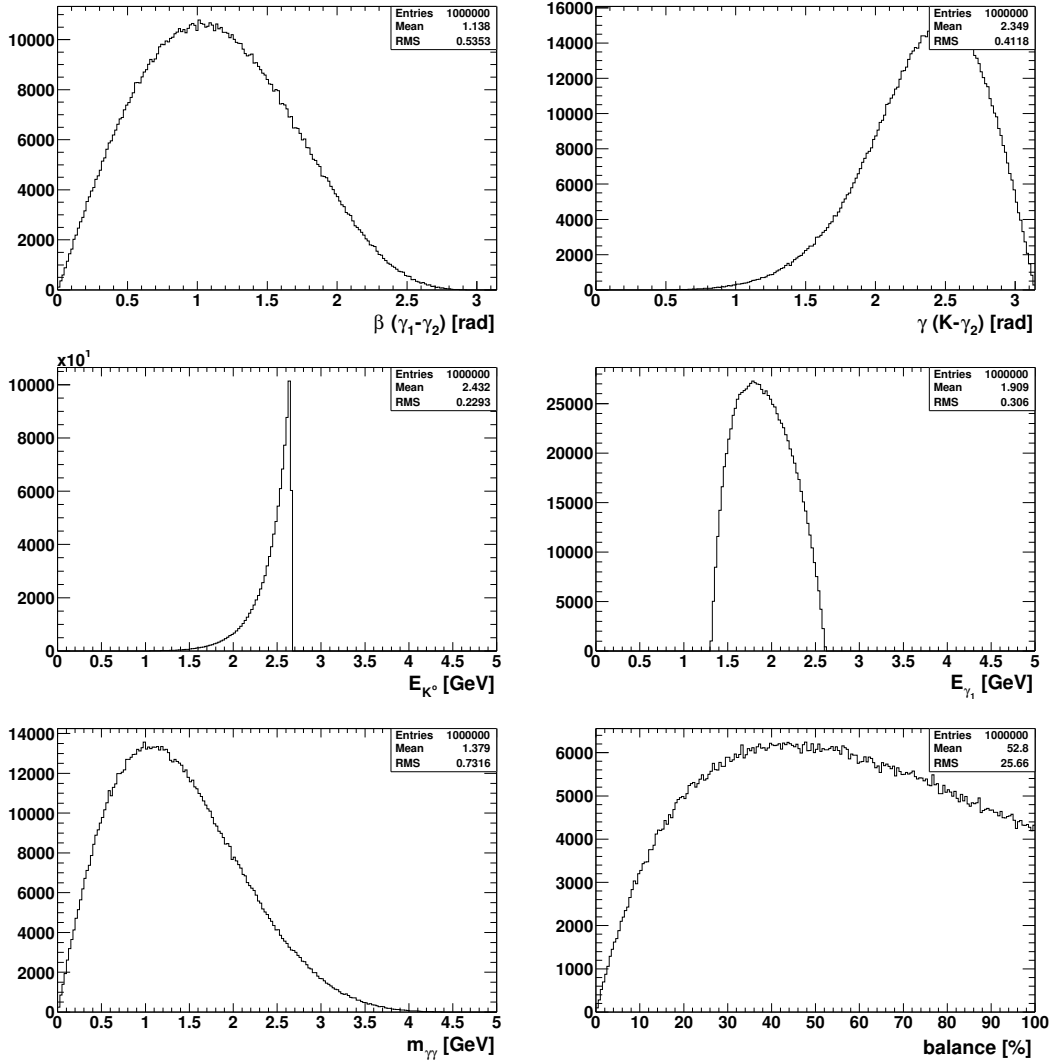


FIG. 12 – Génération selon l'espace de phase et conservation du moment cinétique, variables du centre de masse du B . Contribution des photons de polarisation opposée.

6.3 Somme des deux contributions

Cette fois on "active" les deux amplitudes (hélicités opposées et égales), et on obtient les résultats de la Fig. 13. On peut bien voir, comme on s'y attend, la somme des deux contributions précédentes, à un facteur près : l'espace de phase. En effet, on voit que les deux contributions n'ont pas le même poids : la contribution d'hélicité opposée et amoindrie par rapport à la contribution de polarisation égale. Par exemple, sur la distribution de $m_{\gamma\gamma}$, le maximum correspondant au maximum de $m_{\gamma\gamma}$ sur la Fig. 12 est plus bas que le maximum correspondant à la distribution visible en Fig. 11. Ceci est dû à l'espace de phase qui est plus petit pour des photons colinéaires, comme on s'y attend après les remarques faites en section 5.2.3.

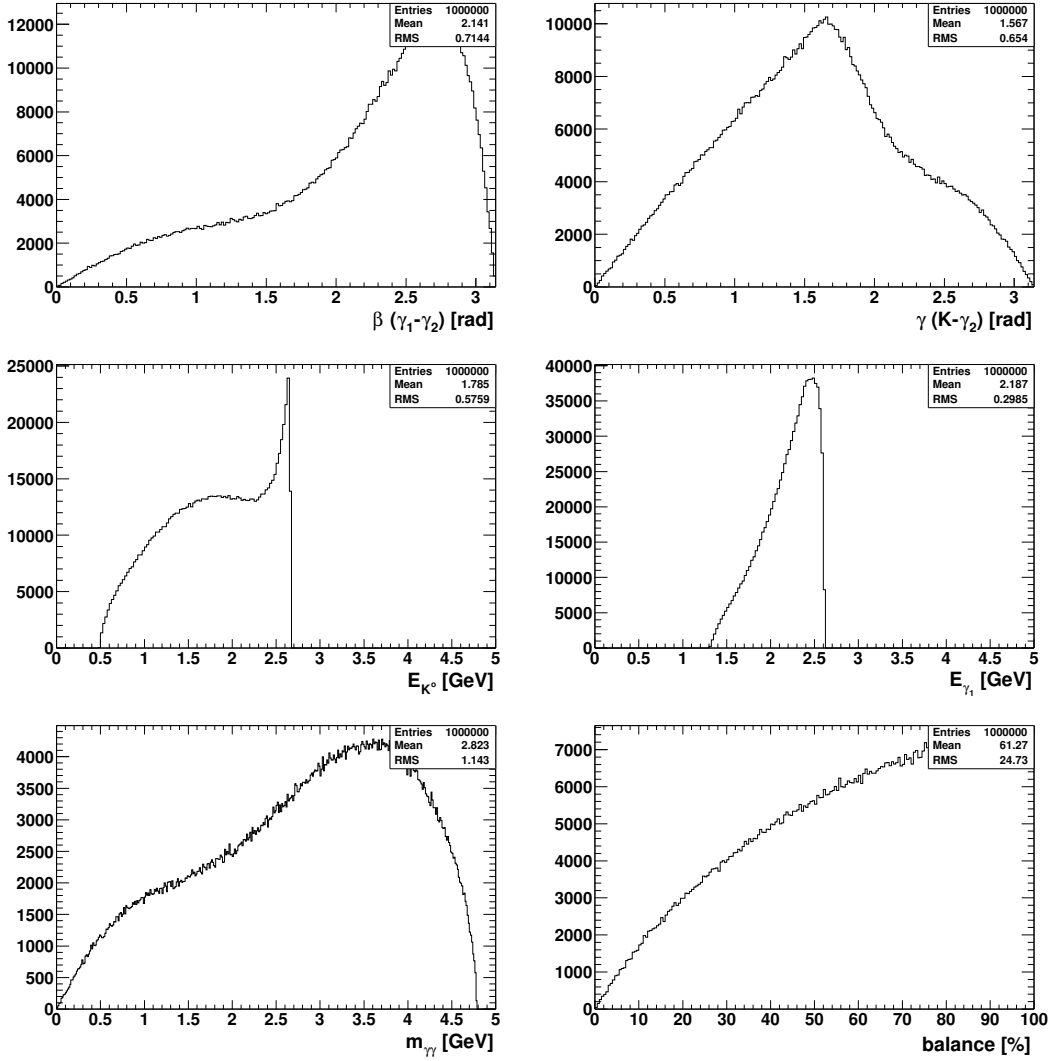


FIG. 13 – Génération selon l'espace de phase et conservation du moment cinétique, variables du centre de masse du B . Somme des contribution des photons de polarisation opposée et égale.

6.4 Remarques concernant les modifications précédentes

Ces modifications ont pour but premier de mettre en évidence une condition que doit satisfaire en tout cas l'amplitude finale, à savoir la conservation du moment cinétique entre les deux photons, et comme second but de se familiariser avec les modifications d'amplitude dans EvtGen. Néanmoins les modifications ajoutées par la suite pourront très bien, comme nous allons le voir, faire en sorte que ces deux contributions ne seront plus visibles telles quelles.

7 Implémentation du modèle EvtKgg

Dans cette section, nous allons reprendre en détail les amplitudes théoriques données en section 4, et les arranger en vue de leur implémentation dans le cadre du générateur EvtGen. En effet, les amplitudes ne peuvent pas toujours être écrites telles quelles dans le code.

D'une manière générale, comme nous l'avons décrit dans la partie traitant du fonctionnement d'EvtGen, nous devons donner l'expression de l'amplitude en fonction des variables à disposition dans EvtGen : il s'agit des 4-vecteurs de chacune des trois particules, ainsi que des vecteurs de polarisation des photons, les deux mésons B et K n'ayant pas de spin. Il faut donc commencer par "extraire" ces variables, à partir des listes de particules générées. Les objets qu'on utilise sont décrits dans l'annexe C : ce sont principalement les objets EvtVector4R (4-vecteur réel), EvtVector4C (4-vecteur complexe), EvtTensor4C (tenseur d'ordre 2 complexe) et EvtParticle (informations sur une particule, comprend les 4-vecteurs énergie-impulsion).

Rappelons que la toute première chose que fait EvtGen, c'est de choisir une configuration cinématique aléatoire en fonction des seules informations suivantes : la masse (comprise dans l'identité) de la particule mère, et éventuellement son impulsion, pour simuler le boost dans la direction du faisceau par exemple ; le nombre de filles, et la masse des filles, qui se trouve dans l'identité, par l'intermédiaire de la liste des particules d'EvtGen.

Cette configuration cinématique est ensuite "testée" pour vérifier si elle est probable ou non, sa probabilité étant calculée par l'amplitude correspondante à cette configuration cinématique. Une fois la cinématique générée, EvtGen a donc à disposition l'identité de la particule (sa masse, son spin, sa largeur, etc...) et son 4-vecteur (E, \vec{p}) dans le laboratoire, qui correspond au centre de masse de la mère si on a simulé la désintégration d'un $\Upsilon(4S)$ au repos, et au laboratoire si on simule la désintégration d'un $\Upsilon(4S)$ en mouvement.

Comme nous l'avons dit plus haut (section 3), la fonction principale à implémenter est la fonction `decay(EvtParticle *p)`. C'est elle qui calcule l'amplitude, et c'est une fonction qui est appelée pour chaque événement. Nous allons donner ici les détails de l'implémentation.

7.1 Généralités sur la fonction decay

Comme toujours en programmation, la première chose à faire est de définir les constantes utilisées, comme la masse des particules par exemple. L'initialisation se fait hors de la fonction `decay`, pour éviter qu'elle se refasse pour chaque événement. Les constantes sont donc initialisées au tout début du modèle EvtKgg, une fois pour toutes. Pour alléger la lecture du travail, elles sont décrites en annexe A.

Une fois ces constantes initialisées, il faut générer la cinématique, c'est-à-dire créer des objets EvtParticle correspondants aux filles, dont les 4-vecteurs conservent l'énergie-impulsion. Cette partie se trouve dans chaque modèle de désintégration, et est l'unique ligne de code de la fonction `decay` du modèle EvtPHSP. Cette fonction doit connaître le nombre et l'identité (pour avoir accès à leur masses) de chaque particule mentionnée dans le fichier DECAY.DEC

```
-----  
// Generation of kinematics  
  
p->initializePhaseSpace(getNDaug(),getDaugs());  
-----
```

Cette fonction crée un objet de type EvtParticle correspondant aux particules. C'est par l'intermédiaire de ces objets que l'on calcule l'amplitude, après avoir "extraît" les variables qui nous intéressent, comme les vecteurs énergie-impulsion (E, \vec{p}) et les vecteurs de polarisation des photons. L'extraction d'une fille à partir de la particule mère se fait par la fonction `getDaug()`, et l'extraction des 4-vecteurs énergie-impulsion se fait par la fonction `getp4Lab()` (voir annexe C) :

```
-----  
// Description of the particles (the daughters)  
  
EvtParticle *k,*g1,*g2;  
k = p->getDaug(0);    // the kaon
```

```

g1 = p->getDaug(1); // the first photon (not distinguished at this time)
g2 = p->getDaug(2); // the second photon (not distinguished at this time)
-----

```

La remarque "not distinguished at this time" fait référence au fait que lors de l'analyse, on distingue les photons par l'intermédiaire de leur énergie. Ici, on indice simplement le photon par ordre dans le fichier USER.DEC. Définissons les 4-vecteurs :

```

-----
// Extraction of the 4-vectors of the B and the K (spin 0)
EvtVector4R pbtemp = p->getP4Lab(); // 4-vector of the B (the mother) B+, B- or B0
EvtVector4R pktemp = k->getP4Lab(); // 4-vector of the K

// Extraction of the 4-vectors of the two photons ("spin" 1)
EvtVector4R k1temp = g1->getP4Lab(); // 4-vector of the first photon
EvtVector4R k2temp = g2->getP4Lab(); // 4-vector of the second photon
-----

```

Nous leur donnons ici un nom temporaire, puisque l'on va appliquer un boost sur ces derniers vecteurs. En effet, la fonction `getP4Lab()` extrait les 4-vecteurs des particules dans le laboratoire, défini comme le centre de masse du $\Upsilon(4S)$. En effet, dans l'interface avec EvtGen nous avons décidé de désintégrer cette particule au repos. Nous voulons calculer l'amplitude dans le centre de masse du B , puisque tous les éléments doivent être pris dans le même référentiel, et les vecteurs de polarisation des photons, comme nous l'avons vu en section 6, sont définis dans le référentiel de leur mère. Voici comment nous effectuons le boost :

```

-----
// Boost to the B frame

EvtVector4R mpb(pbtemp.get(0),-pbtemp.get(1),-pbtemp.get(2),-pbtemp.get(3));

EvtVector4R pb = boostTo(pbtemp,mpb);
EvtVector4R pk = boostTo(pktemp,mpb);
EvtVector4R k1 = boostTo(k1temp,mpb);
EvtVector4R k2 = boostTo(k2temp,mpb);
-----

```

Le 4-vecteur `mpb` est un vecteur opposé au 4-vecteur du B , car c'est le vecteur avec lequel nous voulons faire le boost. Les lignes ci-dessus signifient que l'on effectue un boost de vecteur `mpb` sur les vecteurs `pbtemp` et autres.

Il faut ensuite extraire les 4-vecteurs complexes de polarisation des photons. Ceci se fait de la même manière qu'en section 6 :

```

-----
// Extraction of the polarization vectors of the photons g1 and g2 for two
// different polarization states

EvtVector4C e10 = g1->epsParentPhoton(0); // first photon, state 0
EvtVector4C e11 = g1->epsParentPhoton(1); // first photon, state 1
EvtVector4C e20 = g2->epsParentPhoton(0); // second photon, state 0
EvtVector4C e21 = g2->epsParentPhoton(1); // second photon, state 1
-----

```

Rappelons que dans chaque vecteur e_{ij} , i désigne le numéro du photon et j l'indice du vecteur de base de polarisation.

Dans plusieurs éléments de l'amplitude, il faut prendre le conjugué complexe de chaque vecteur de polarisation. On calcule le conjugué complexe à l'aide de la fonction `conj()`.

```

-----
// Calculate complex conjugate

EvtVector4C e10star = e10.conj();
EvtVector4C e11star = e11.conj();
EvtVector4C e20star = e20.conj();
EvtVector4C e21star = e21.conj();
-----

```

A l'aide de ces 4-vecteurs, complexes (EvtVector4C) ou réels (EvtVector4R), on peut maintenant calculer l'amplitude données dans l'article de Choudhury et al. [1], moyennant quelques arrangements qui sont décrits ci-après en détail.

7.2 La contribution "penguin" irréductible M_{irred}

7.2.1 Eléments scalaire, vectoriels et tensoriels

Rappelons que cette amplitude est donnée dans la section 4.2. Il va falloir implémenter chacun des éléments (1) à (9), et nous suggérons au lecteur de se référer à l'annexe C, dans lequel on trouvera la description des objets utilisables avec EvtGen (EvtVector4R, 4C, etc.). Nous allons tout d'abord nous occuper de l'implémentation des éléments (1) à (5). Redonnons ici les éléments (1) et (2) :

$$\begin{aligned}
\langle K | \bar{s}\gamma^\rho b | B \rangle &= \left((p_B + p_K)^\rho - \frac{m_B^2 - m_K^2}{q^2} q^\rho \right) F_1^{BK}(q^2) + \left(\frac{m_B^2 - m_K^2}{q^2} \right) q^\rho F_0^{BK}(q^2) \\
\langle K | \bar{s}b | B \rangle &= (m_b - m_s)^{-1} (m_B^2 - m_K^2) F_0^{BK}(q^2)
\end{aligned}$$

L'implémentation de ces éléments ne pose plus de problème, une fois que l'on a les vecteurs p_B , p_K , k_1 et k_2 . En effet, il suffit de calculer d'abord les facteurs de forme $F_0^{BK}(q^2)$ et $F_1^{BK}(q^2)$, et ensuite d'effectuer une simple manipulation algébrique des objets cités ci-dessus. Nous allons, dans un premier temps, ne pas nous occuper de ces facteurs, puis nous expliquerons comment en tenir compte. On implémente les éléments (1) et (2) comme suit, après avoir remarqué que l'élément (1) est un 4-vecteur, et l'élément (2) est un scalaire :

```

-----
// Momentum transfer
EvtVector4R q = k1 + k2; // transfer momentum: q
double q2 = q*q; // q squared

// Matrix element number 1
EvtVector4R mat1 = (( pb + pk ) - ( ( pow(mbpm,2)-pow(mkpm,2) ) / (q2) )*q )*F1BK
+ ( ( pow(mbpm,2)-pow(mkpm,2) ) / (q2) )*q*F0BK ;

// Matrix element number 2
double mat2 = (1/(mb-ms))*(pow(mbpm,2)-pow(mkpm,2))*F0BK;
-----

```

Nous devons ensuite implémenter les éléments tensoriels (3) et (4). Pour commencer, intéressons-nous à l'élément $T_{\mu\nu}$ (4). Il s'agit d'un tenseur d'ordre 2, dans lequel intervient seulement les 4-vecteurs des photons k_1 , k_2 , et la métrique $g_{\mu\nu}$:

$$T_{\mu\nu} = k_{2\mu}k_{1\nu} - (k_1 \cdot k_2)g_{\mu\nu}$$

L'implémentation se fait aisément à l'aide des fonctions disponibles dans EvtGen (voir annexe C) :

```

-----
// Scalar 4-vector product with the photon 4-vectors k=(|p|,p)
double k1k2 = k1*k2;

// Calculation of T tensor
EvtTensor4C T = directProd( k2 , k1 )-(k1k2)*EvtTensor4C::g();
-----

```

Ici, EvtTensor4C : :g() est la métrique $g^{\mu\nu}$. Les choses se compliquent quelque peu lors de l'implémentation du tenseur $R_{\mu\nu\rho}$:

$$R_{\mu\nu\rho} = k_{1\nu}\epsilon_{\mu\rho\sigma\lambda}k_1^\sigma k_2^\lambda - k_{2\mu}\epsilon_{\nu\rho\sigma\lambda}k_1^\sigma k_2^\lambda + (k_1 \cdot k_2)\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}(k_2 - k_1)^\sigma$$

En effet, EvtGen ne traite que les tenseurs d'ordre 2 au plus, à l'aide de la classe EvtTensor4C. En conséquence, il faut calculer la contraction de ce tenseur avec l'élément de matrice (1), contraction qui sera abaissée d'un ordre, et que l'on pourra implémenter sans problème. Définissons d'abord :

$$D^{\mu\nu} = \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}k_{1\alpha}k_{2\beta}$$

On doit calculer

$$\begin{aligned} \langle K | \bar{s}\gamma^\rho b | B \rangle R_{\mu\nu\rho} &= \langle K | \bar{s}\gamma^\rho b | B \rangle [k_{1\nu}\epsilon_{\mu\rho\sigma\lambda}k_1^\sigma k_2^\lambda - k_{2\mu}\epsilon_{\nu\rho\sigma\lambda}k_1^\sigma k_2^\lambda + (k_1 \cdot k_2)\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}(k_2 - k_1)^\sigma] \\ &= \langle K | \bar{s}\gamma^\rho b | B \rangle [k_{1\nu}D_{\mu\rho} - k_{2\mu}D_{\nu\rho} + (k_1 \cdot k_2)\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}(k_2 - k_1)^\sigma] \end{aligned}$$

définissons également :

$$F_\mu = \langle K | \bar{s}\gamma^\rho b | B \rangle D_{\mu\rho}$$

on obtient

$$\begin{aligned} \langle K | \bar{s}\gamma^\rho b | B \rangle R_{\mu\nu\rho} &= F_\mu k_{1\nu} - k_{2\mu}F_\nu + (k_1 \cdot k_2)\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\langle K | \bar{s}\gamma^\rho b | B \rangle(k_2 - k_1)^\sigma \\ &\equiv G_{\mu\nu} \end{aligned}$$

Nous n'avons maintenant plus que des tenseurs d'ordre 2. Voici la chaîne d'implémentation concernant ce que nous venons de décrire :

```

-----
// Dual of the direct product of k1 and k2
EvtTensor4C D = dual( directProd( k1 , k2 ) );

// Contraction of D with mat1
EvtVector4C F = D.cont2(mat1);

// contraction of R (see Choudhury) with mat1
EvtTensor4C G = directProd( F , k1 ) - directProd( k2 , F )
               + (k1k2)*dual(directProd(mat1, k2-k1));
-----

```

Rappelons que les fonctions utilisées sont décrites dans l'annexe C. Rappelons également que mat1 est l'élément de matrice 4-vectoriel réel défini plus haut. Maintenant, nous pouvons réécrire l'amplitude à la lumière de ce que nous venons de calculer :

$$\begin{aligned}
M_{\text{irred}}(B \rightarrow K\gamma\gamma) &= \left(\frac{16\sqrt{2}\alpha G_F V_{ts}^* V_{tb}}{9\pi} \right) \\
&\times \left[\frac{1}{2} \sum_q A_q J(m_q^2) G_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \langle K | \bar{s}b | B \rangle \{ iB(m_s K(m_s^2) + m_b K(m_b^2)) T_{\mu\nu} \right. \\
&\left. + C(-m_s L(m_s^2) + m_b L(m_b^2)) D_{\mu\nu} \right] \epsilon^\mu(k_1) \epsilon^\nu(k_2)
\end{aligned}$$

Avant d'implémenter cette amplitude, il nous reste à traiter les facteurs de forme $F_0^{BK}(q^2)$ et $F_1^{BK}(q^2)$, ainsi que les facteurs de forme des quarks (6), (7) et (8) (voir section 4.2).

Nous devons ici faire une remarque importante. Dans la référence [1] ne figurent pas de conjugués complexes pour les vecteurs de polarisation des photons. Mais une discussion avec M. Chapirochnikov (Laboratoire de Physique des Particules et de Cosmologie, EPFL, Lausanne) révèle que si l'on prend les complexes conjugués des vecteurs de polarisation pour les résonances, alors il doit être fait de même pour l'élément irréductible. L'essai sans prendre de conjugués complexes donne des résultats erronés. En conséquence, nous devons réécrire l'équation ci-dessus de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
M_{\text{irred}}(B \rightarrow K\gamma\gamma) &= \left(\frac{16\sqrt{2}\alpha G_F V_{ts}^* V_{tb}}{9\pi} \right) \\
&\times \left[\frac{1}{2} \sum_q A_q J(m_q^2) G_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \langle K | \bar{s}b | B \rangle \{ iB(m_s K(m_s^2) + m_b K(m_b^2)) T_{\mu\nu} \right. \\
&\left. + C(-m_s L(m_s^2) + m_b L(m_b^2)) D_{\mu\nu} \right] \epsilon^{\mu*}(k_1) \epsilon^{\nu*}(k_2)
\end{aligned}$$

7.2.2 Facteurs de forme du courant $B \rightarrow K$

Les facteurs de forme $F_0^{BK}(q^2)$ et $F_1^{BK}(q^2)$ sont donnés dans la référence [2]. Malheureusement, il n'existe pas dans cet article d'expression numérique simple pour ces facteurs de forme. Seul est donné un graphique de $F_1^{BK}(q^2)$, pour $0 \leq q^2 \leq 20 \text{ GeV}^2$. C'est ceci que nous utilisons pour obtenir la dépendance numérique : nous reportons chaque point (à l'aide d'un programme de dessin sur lequel on peut lire les coordonnées des pixels) dans un tableau, puis nous faisons un fit numérique (à l'aide de ROOT). Une fois la dépendance en q^2 obtenue, on peut utiliser la relation (3.12) de [2] pour obtenir l'autre facteur de forme. La relation est évaluée avec $M_1 = M_B$ et $M_2 = M_K$, M_1 et M_2 étant les notations utilisées dans l'article en question.

Nous avons d'abord tenté de faire un fit du facteur de forme à l'aide d'une forme dipolaire, tel que par exemple le facteur de forme de la transition $B \rightarrow D$ peut l'être (voir [2]). Le fit donnait un résultat médiocre.

La convergence étant mauvaise, nous avons décidé d'utiliser une forme polynomiale de degré 3, qui satisfait très bien les données de [2]. Le résultat est donné en Fig. 14.

Voici les données numériques utilisées dans l'expression $F_1^{BK}(q^2) = p_0 + p_1(q^2) + p_2(q^2)^2 + p_3(q^2)^3$:

Coeff.	p_0	p_1	p_2	p_3
valeur (fit)	0.342	$2.28 \cdot 10^{-2}$	$2.18 \cdot 10^{-4}$	$9.48 \cdot 10^{-5}$

L'implémentation se fait de la manière simple suivante :

```

-----
// Calculation of the form factor F0BK(q2)
double F1BK = 0.342+0.0228*q2+0.000218*q2*q2+0.0000948*q2*q2*q2;
-----

```

Une fois qu'on a le facteur $F_1^{BK}(q^2) = f_+(q^2)$ (notation de la référence [2]), on peut, toujours selon cette même référence, obtenir l'autre facteur de forme $F_0^{BK}(q^2)$ en réarrangeant la relation (3.12) de [2] :

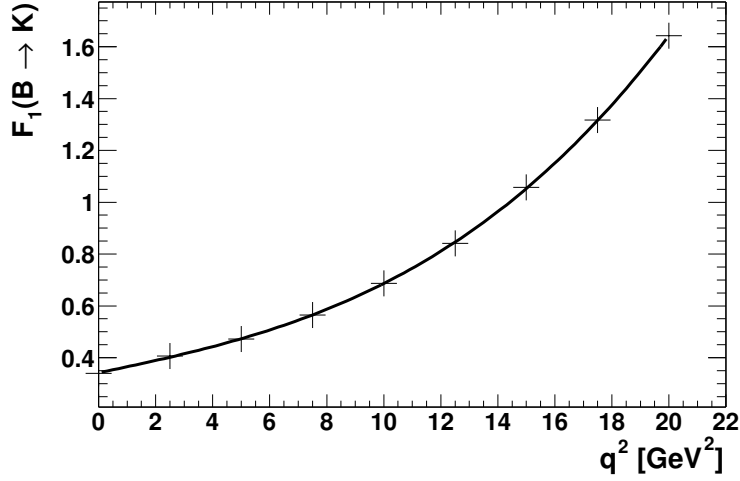


FIG. 14 – Facteur de forme (croix) avec le fit numérique (trait continu) à l'aide d'un polynôme de degré 3.

$$F_0^{BK}(q^2) = F_1^{BK}(q^2) \left[1 - \frac{q^2}{(M_B + M_K)^2} \right]$$

et l'implémentation se fait selon la manière suivante :

```
-----
// Calculation of the form factor F1BK(q2)
double FOBK = F1BK*(1-q2/pow(mbpm+mkpm,2));
-----
```

7.2.3 Facteurs de forme des quarks

Nous devons maintenant calculer les propagateurs des quarks, donnés par les fonctions (6), (7) et (8) de la section 4.2. Ces fonctions sont données par l'intégrale (9), que nous redonnons ici :

$$I_{pq}(m^2) = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{x^p y^q}{m^2 - 2(k_1 \cdot k_2)xy - i\epsilon}$$

La solution de cette intégrale est donnée par la référence [3], pour $I_{00}(m^2)$. On a, en substituant q^2 par $(k_1 + k_2)^2 = 2(k_1 \cdot k_2)$:

$$I_{00}(m^2) = \begin{cases} -\frac{2}{q^2} \arcsin^2 \sqrt{\frac{q^2}{4m^2}} & \text{si } 0 \leq q^2 \leq 4m^2 \\ \frac{2}{q^2} \left[\ln \left(\sqrt{\frac{q^2}{4m^2}} + \sqrt{\frac{q^2}{4m^2} - 1} \right) - \frac{i\pi}{2} \right]^2 & \text{si } 4m^2 \leq q^2 \end{cases}$$

Avec $i^2 = -1$. On peut vérifier aisément que les deux solutions convergent pour $q^2 = 4m^2$. Ceci s'implémente à l'aide d'une fonction supplémentaire dans le modèle : la fonction `i00(double mss, double s)` où `mss` est la masse du quark, et `s` le carré du produit scalaire $(k_1 \cdot k_2)^2 = \frac{q^2}{2}$:

```
-----
EvtComplex EvtKgg::i00(double mss, double s){
    // This function calculates the quark propagator
    // (see Choudhury et al., Ahmady et al.)
}
```

```

double m42= 4*mss*mss;
double arg = s/(m42);
EvtComplex result(0,0);
EvtComplex I(0,1);

if ( s <= m42 ){
EvtComplex result = (-2/s)*pow(asin(sqrt(arg)),2);
return result;
}

if ( s > m42 ){
EvtComplex result = (2/s)*(log(sqrt(arg)+sqrt(arg-1))-I*EvtConst::pi/2)
                    *(log(sqrt(arg)+sqrt(arg-1))-I*EvtConst::pi/2);
return result;
}
}

```

M. Namit Mahajan, co-auteur de [1], nous a communiqué la relation (absente de toutes les références citées) entre I_{00} et I_{11} :

$$I_{11} = \frac{m^2}{q^2} \left[I_{00} - \frac{1}{m^2} \right]$$

On écrit ceci à l'aide de la fonction suivante :

```

-----
EvtComplex EvtKgg::i11(double mss, double s){

// This function calculates the other quark propagator
// (see Choudhury et al., Ahmady et al.)

EvtComplex result = ((mss*mss)/s)*(i00(mss,s)-(1/mss*mss));
return result;

}

```

7.2.4 Amplitude irréductible complète

A l'aide de tout ce que nous venons de dire, nous pouvons maintenant donner la forme finale à l'amplitude irréductible. Nous implémentons la forme donnée en 7.2.1 :

```

-----
double couplirr = (16.0*sqrt(2.0)*alpha*GF*vts*vtb)/(9.0*EvtConst::pi);

EvtTensor4C Mirrtemp = couplirr*(0.5*Sum*G + 0.5*mat2*(I*B*(ms*Ks + mb*Kb)*T
                    + C*(mb*Lb - ms*Ls)*D));
EvtTensor4C Mirr = lowindex(Mirrtemp);

EvtComplex amp00 = cont(directProd (e10star,e20star) , Mirr );
EvtComplex amp01 = cont(directProd (e10star,e21star) , Mirr );
EvtComplex amp10 = cont(directProd (e11star,e20star) , Mirr );
EvtComplex amp11 = cont(directProd (e11star,e21star) , Mirr );

```

où les m_i sont les masses des quarks, définies en annexe A. La fonction `lowindex` est expliquée ci-dessous et la somme `Sum` est définie comme étant, conformément à l'amplitude donnée en section 4.2 :

$$\text{Sum} = \sum_q A_q J_q$$

où les coefficients A_q sont définis dans l'annexe A (et également dans [1]). Voici l'implémentation :

```
-----
// Sum with Wilson coefficients evaluated at the mb mass scale

EvtComplex Sum = au*Ju+ac*Jc+ad*Jd+as*Js+ab*Jb;
-----
```

Les fonctions `Ks`, `Kb`, `Lb`, `Ls`, et `Jq` correspondent aux fonctions (6), (7) et (8) de la section 4.2. Les lettres `s` et `b` correspondent respectivement aux quarks s et b , et la lettre `q` est n'importe quel quark mis à part le t . Chaque fonction `Jq` par exemple, vaut la valeur de la fonction $J(m_q^2)$, définie en section 4.2, évaluée avec la masse du quark q . Si l'on regarde attentivement l'expression (9) de la section 4.2, on s'aperçoit que les fonctions J , K , et L dépendent de $q^2 = 2(k_1 \cdot k_2)$. Ces fonctions sont implémentées comme suit :

```
-----
// Quarks propagators, calculated in the i00 and i11 functions (see before)

EvtComplex Ju = i11(mu,q2);
EvtComplex Jc = i11(mc,q2);
EvtComplex Jd = i11(md,q2);
EvtComplex Js = i11(ms,q2);
EvtComplex Jb = i11(mb,q2);

EvtComplex i00b = i00(mb,q2);
EvtComplex i00s = i00(ms,q2);

EvtComplex Ks = 4*Js - i00s;
EvtComplex Ls = i00s;
EvtComplex Kb = 4*Jb - i00b;
EvtComplex Lb = i00b;
-----
```

Chaque fonction `i11(mi,q2)` ou `i00(mi,q2)`, pour chaque quark `i`, se réfère aux fonctions des propoagateurs des quarks, définies en section 7.2.3.

7.2.5 Explication concernant la fonction `lowindex`

La fonction `cont(A,B)` qui, comme expliqué en annexe C, contracte deux tenseurs d'ordre 2 selon

$$\text{cont}(A,B) = A^{\mu\nu} B_{\mu\nu}$$

n'abaisse pas automatiquement les indices du deuxième tenseur, comme c'est le cas pour les fonctions `cont11` et `cont22`. Il faut donc calculer le produit

$$A^{\mu\nu} B_{\mu\nu} = A^{\mu\nu} g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} B^{\alpha\beta}$$

ce qui se fait à l'aide de la métrique définie en 4.2. On a donc défini une fonction qui produit cet abaissement d'indices :


```

-----
EvtTensor4C EvtKgg::lowindex(EvtTensor4C tensorh){

// This function lowers the two indexes of a Complex-2nd rank-Tensor
// with respect to g=(1, -1, -1, -1).
EvtTensor4C tensorl;

tensorl.set(0,0,tensorh.get(0,0));
tensorl.set(1,1,tensorh.get(1,1));
tensorl.set(2,2,tensorh.get(2,2));
tensorl.set(3,3,tensorh.get(3,3));
tensorl.set(0,1,-tensorh.get(0,1));
tensorl.set(0,2,-tensorh.get(0,2));
tensorl.set(0,3,-tensorh.get(0,3));
tensorl.set(1,0,-tensorh.get(1,0));
tensorl.set(2,0,-tensorh.get(2,0));
tensorl.set(3,0,-tensorh.get(3,0));
tensorl.set(1,2,tensorh.get(1,2));
tensorl.set(1,3,tensorh.get(1,3));
tensorl.set(2,3,tensorh.get(2,3));
tensorl.set(2,1,tensorh.get(2,1));
tensorl.set(3,1,tensorh.get(3,1));
tensorl.set(3,2,tensorh.get(3,2));
return tensorl;
}
-----

```

7.3 La contribution du η_c

Nous devons implémenter l'amplitude suivante, donnée en section 4.3 :

$$\begin{aligned}
M_{\eta_c} = & 2B_{\eta_c} f_{\eta_c} \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \left(C_1 + \frac{C_2}{3} \right) F_0^{BK}(m_{\eta_c}^2) (m_B^2 - m_K^2) \\
& \times \epsilon^{*\mu}(k_1) \epsilon^{*\nu}(k_2) \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_1^\alpha k_2^\beta \frac{1}{q^2 - m_{\eta_c}^2 + im_{\eta_c} \Gamma_{\text{total}}^{\eta_c}}
\end{aligned}$$

Cette amplitude ne pose aucun problème particulier, puisque le seul élément tensoriel, $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_1^\alpha k_2^\beta$, a été calculé en section 7.2. Rappelons que nous avons défini le dual

$$D^{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_1^\alpha k_2^\beta$$

et que ce dernier a déjà été implémenté (en tant que `EvtTensor4C D`). Il suffit donc de calculer l'amplitude comme suit :

```

-----
double coupleta_c = 2.0*vts*vtb*(GF/sqrt(2.0))*Beta_c*feta_c*F0metac
                *(c1+(c2/3.0))*(mbpm*mbpm-mkpm*mkpm);

EvtTensor4C Meta_ctemp = (1/(fabs(q2-metac*metac)+I*metac*Getac))*coupleta_c*D;

EvtTensor4C Meta_c = lowindex(Meta_ctemp);

EvtComplex ampetac00 = cont(directProd (e10star,e20star), Meta_c );
EvtComplex ampetac01 = cont(directProd (e10star,e21star), Meta_c );

```

```

EvtComplex ampetac10 = cont(directProd (e11star,e20star), Meta_c );
EvtComplex ampetac11 = cont(directProd (e11star,e21star), Meta_c );

```

Dans cette amplitude, sans rentrer dans les détails des constantes numériques, **F0metac** est le facteur de forme que nous avons vu en section 7.2.2, évalué à la masse du η_c . On implémente ceci de cette manière :

```

-----
// F0BK(q2) evaluated at the eta_c mass scale
double F0metac = (0.342+0.0228*pow(metac,2)+0.000218*pow(metac,4)
+0.0000948*pow(metac,6))*(1-pow(metac,2)/pow(mbp+mkpm,2));
-----

```

Les raisons qui font que nous prenons la valeur absolue de $q^2 - m_{K^*}^2$ dans la courbe de Breit-Wigner, contrairement à ce que nous donnons dans l'amplitude, apparaîtront plus loin. C'est en effet la seule manière d'avoir une interférence destructive avant et après la résonance, comme on le voit sur la courbe donnée dans [1].

7.4 La contribution du K^*

Commençons par redonner l'amplitude donnée en section 4.7 :

$$M_{K^*} = [T^{\mu\nu}(k_1, k_2) + (\mu \leftrightarrow \nu, k_1 \leftrightarrow k_2)] \epsilon^*_\mu(k_1) \epsilon^*_\nu(k_2)$$

avec

$$T^{\mu\nu}(k_1, k_2) = - \left(\frac{em_b g^i F^i}{16\pi^2} \right) 4 \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{cs}^* C_7 \frac{1}{(p_B - k_1)^2 - m_{K^*}^2 + im_{K^*} \Gamma_{\text{total}}^{K^*}} \epsilon^{\alpha\nu\gamma\delta} k_{2\alpha} (p_B - k_1)_\gamma k_{1\beta'}$$

$$\times \left(g_{\delta\sigma'} - \frac{(p_B - k_1)_\delta (p_B - k_1)_{\sigma'}}{m_{K^*}^2} \right) \left[i\epsilon^{\mu\beta'\sigma'\tau'} (p_B - k_1)_{\tau'} - \left(g^{\mu\sigma'} (p_B - k_1)^{\beta'} - g^{\beta'\sigma'} (p_B - k_1)^\mu \right) \right]$$

Substituons $p_B - k_1$ par $p_K + k_2$, on obtient :

$$T^{\mu\nu}(k_1, k_2) = - \left(\frac{em_b g^i F^i}{16\pi^2} \right) 4 \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{cs}^* C_7 \frac{1}{(p_K + k_2)^2 - m_{K^*}^2 + im_{K^*} \Gamma_{\text{total}}^{K^*}} \epsilon^{\alpha\nu\gamma\delta} k_{2\alpha} (p_K + k_2)_\gamma k_{1\beta'}$$

$$\times \left(g_{\delta\sigma'} - \frac{(p_K + k_2)_\delta (p_K + k_2)_{\sigma'}}{m_{K^*}^2} \right) \left[i\epsilon^{\mu\beta'\sigma'\tau'} (p_K + k_2)_{\tau'} - \left(g^{\mu\sigma'} (p_K + k_2)^{\beta'} - g^{\beta'\sigma'} (p_K + k_2)^\mu \right) \right]$$

Définissons :

$$A^{\delta\nu} = \epsilon^{\delta\nu\alpha\gamma} k_{2\alpha} (p_K + k_2)_\gamma = -\epsilon^{\nu\delta\alpha\gamma} k_{2\alpha} (p_K + k_2)_\gamma = \epsilon^{\nu\alpha\delta\gamma} k_{2\alpha} (p_K + k_2)_\gamma$$

$$= -\epsilon^{\alpha\nu\delta\gamma} k_{2\alpha} (p_K + k_2)_\gamma = \epsilon^{\alpha\nu\gamma\delta} k_{2\alpha} (p_K + k_2)_\gamma$$

ainsi que

$$Z_{\delta\sigma'} = g_{\delta\sigma'} - \frac{(p_K + k_2)_\delta (p_K + k_2)_{\sigma'}}{m_{K^*}^2}$$

et calculons

$$\begin{aligned}
E^{\mu\sigma'} &= k_{1\beta'} \left[i\epsilon^{\mu\beta'\sigma'\tau'} (p_K + k_2)_{\tau'} - \left(g^{\mu\sigma'} (p_K + k_2)^{\beta'} - g^{\beta'\sigma'} (p_K + k_2)^\mu \right) \right] \\
&= i\epsilon^{\mu\beta'\sigma'\tau'} (p_K + k_2)_{\tau'} k_{1\beta'} - g^{\mu\sigma'} (p_K + k_2)^{\beta'} k_{1\beta'} + g^{\beta'\sigma'} (p_K + k_2)^\mu k_{1\beta'} \\
&= -i\epsilon^{\mu\sigma'\beta'\tau'} k_{1\beta'} (p_K + k_2)_{\tau'} - g^{\mu\sigma'} (p_K + k_2)^{\beta'} k_{1\beta'} + (p_K + k_2)^\mu k_{1\beta'}^{\sigma'}
\end{aligned}$$

On a donc

$$T^{\mu\nu}(k_1, k_2) = - \left(\frac{em_b g^i F^i}{16\pi^2} \right) 4 \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{cs}^* C_7 \frac{1}{(p_K + k_2)^2 - m_{K^*}^2 + im_{K^*} \Gamma_{\text{total}}^{K^*}} E^{\mu\sigma'} A^{\delta\nu} Z_{\delta\sigma'}$$

Maintenant que nous avons réarrangé l'amplitude pour l'implémentation, nous donnons ici les lignes de code :

```

-----
double couplkstar = (-1.0)*mb*el*gi*Fi*4.0*c7*(GF/(16.0*pow(EvtConst::pi,2)
                *sqrt(2.0)))*vcb*vcs;

// Breit-Wigner
EvtComplex breitwignkst1 = (1/((pk+k2).mass2()-mkstar*mkstar+I*mkstar*Gkstar));
EvtComplex breitwignkst2 = (1/((pk+k1).mass2()-mkstar*mkstar+I*mkstar*Gkstar));

// Tensor elements

EvtTensor4C E = (-1.0)*I*dual( directProd( k1 , pk+k2 ) )
                - ((pk+k2)*k1)*EvtTensor4C::g() + directProd( pk+k2 , k1 );
EvtTensor4C Z = breitwignkst1*(EvtTensor4C::g() - (1.0/(mkstar*mkstar))
                *directProd( pk+k2 , pk+k2 ));
EvtTensor4C A = dual( directProd( k2 , pk+k2 ));
EvtTensor4C Mktemp = couplkstar*cont22( E , cont11(A,Z) );

EvtTensor4C Mk = lowindex(Mktemp);

// k1<->k2
EvtTensor4C Ep = (-1.0)*I*dual( directProd( k2 , pk+k1 ) )
                - ((pk+k1)*k2)*EvtTensor4C::g() + directProd( pk+k1 , k2 );
EvtTensor4C Zp = breitwignkst2*(EvtTensor4C::g() - (1.0/(mkstar*mkstar))
                *directProd( pk+k1 , pk+k1 ));
EvtTensor4C Ap = dual( directProd( k1 , pk+k1 ));
EvtTensor4C Mktemppp = couplkstar*cont22( Ep , cont11(Ap,Zp) );

// Matrix transposition mu<->nu
EvtTensor4C Mktempp;
Mktempp.set(0,0,Mktemppp.get(0,0));
Mktempp.set(1,1,Mktemppp.get(1,1));
Mktempp.set(2,2,Mktemppp.get(2,2));
Mktempp.set(3,3,Mktemppp.get(3,3));
Mktempp.set(1,0,Mktemppp.get(0,1));
Mktempp.set(2,0,Mktemppp.get(0,2));
Mktempp.set(3,0,Mktemppp.get(0,3));
Mktempp.set(0,1,Mktemppp.get(1,0));
Mktempp.set(0,2,Mktemppp.get(2,0));
Mktempp.set(0,3,Mktemppp.get(3,0));
Mktempp.set(2,1,Mktemppp.get(1,2));
Mktempp.set(3,1,Mktemppp.get(1,3));
Mktempp.set(3,2,Mktemppp.get(2,3));

```

```

Mktemp.set(1,2,Mktemp.get(2,1));
Mktemp.set(1,3,Mktemp.get(3,1));
Mktemp.set(2,3,Mktemp.get(3,2));

EvtTensor4C Mkconj = lowindex(Mktemp);
-----

```

La définition de `Mktemp` sert à transposer la matrice pour inverser les indices μ et ν , comme c'est nécessaire pour prendre le symétrique, l'indice μ étant associé au vecteur de polarisation correspondant au 4-vecteur k_1 du photon γ_1 , et l'indice ν étant associé au vecteur de polarisation correspondant au 4-vecteur k_2 du photon γ_2 . Voici l'amplitude :

```

-----
EvtComplex ampkstar00 = cont( Mk + Mkconj, directProd( e10star , e20star ) );
EvtComplex ampkstar01 = cont( Mk + Mkconj, directProd( e10star , e21star ) );
EvtComplex ampkstar10 = cont( Mk + Mkconj, directProd( e11star , e20star ) );
EvtComplex ampkstar11 = cont( Mk + Mkconj, directProd( e11star , e21star ) );
-----

```

7.5 Somme de toutes les amplitudes

Pour tenir compte de toutes les amplitudes, il suffit de sommer les contributions vues plus haut. On les somme de manière normale pour tenir compte des interférences, mais on pourrait également sommer les modules de ces amplitudes pour ne pas tenir compte des interférences. Voici comment on implémente cela, à l'aide de la fonction `vertex` expliquée en section 3 :

```

-----
vertex(0,0,amp00+ampetac00+ampkstar00); // both photons have same polarization state
vertex(0,1,amp01+ampetac01+ampkstar01); // both photons have different polarization state
vertex(1,0,amp10+ampetac10+ampkstar10); // both photons have different polarization state
vertex(1,1,amp11+ampetac11+ampkstar11); // both photons have same polarization state
-----

```

7.6 Probabilité maximale

Comme nous l'avons mentionné dans la section 3, il faut spécifier une probabilité maximale pour `EvtGen`. Lors du développement du modèle, nous laissons `EvtGen` trouver cette probabilité maximale sans la spécifier. Lorsque le modèle sera opérationnel, c'est à dire lorsqu'on aura rajouté les résonances η' et η'_c , il faudra inscrire dans la fonction `initProbMax()` la probabilité maximale qu'`EvtGen` trouve, afin de gagner du temps lors de la simulation.

8 Résultats et comparaison avec les prédictions théoriques

Nous allons montrer dans cette section les résultats de la simulation avec le modèle EvtKgg, dont l'implémentation est décrite dans la section précédente. Nous montrerons d'abord chaque contribution seule, puis nous montrerons la somme de ces contributions avec les interférences. Puis nous comparerons le résultat avec le graphe donné en [1], et nous discuterons les éventuelles différences.

8.1 La contribution "penguin" irréductible M_{irred}

Tout d'abord, on donne les distributions que l'on obtient lorsqu'on donne seulement l'amplitude irréductible en Fig. 15. On voit tout de suite, en regardant la distribution de l'angle β , qu'on a une prépondérance pour des photons émis dos-à-dos, ce qui est conforme à l'espace de phase, mais en plus marqué. Il faut relever que ceci n'était pas prévisible : l'espace de phase est plus grand pour des photons émis dos-à-dos, mais cette contribution aurait pu être amoindrie par l'amplitude M_{irred} , donnant plus de poids à la contribution colinéaire. En fait, il faut relever un point important, qui n'est pas visible sur ces courbes, mais qui a pu être découvert en affichant les valeurs des amplitudes : l'amplitude irréductible annule totalement les amplitudes `vertex(0,1,amplitude01)` et `vertex(1,0,amplitude10)`, c'est-à-dire la contribution de polarisation opposée. Ce fait est d'autant plus surprenant que lorsqu'on voit la distribution de la masse invariante $m_{\gamma\gamma}$ des deux photons, on voit une contribution non-nulle pour des petites masses invariantes, et on pourrait croire qu'il s'agit de la contribution décrite en section 6.2, puisque c'est celle qui domine dans le domaine des petites masses invariantes. Mais si l'on regarde la distribution correspondant aux états d'hélicités égales (voir Fig. 11), on s'aperçoit que même si la probabilité est faible dans cette région, elle n'est néanmoins pas nulle. Les raisons théoriques qui provoquent ceci ne nous sont pas connues, et toutes les vérifications ont été faites pour voir s'il s'agissait d'une erreur de notre part, sans succès. Une discussion approfondie avec les auteurs de l'article serait bienvenue pour éclairer ce point. Néanmoins, un travail de quatre mois avec une échéance fixée ne permet pas d'allonger le temps pour régler ces détails. En outre, l'hélicité de chaque photon est impossible à déterminer dans les détecteurs qui sont prévus pour observer cette désintégration. Prioritairement sont importantes les variables observables, comme la masse invariante des deux photons.

Si l'on tient compte de ceci, on peut dire que l'amplitude irréductible interdit totalement des photons d'hélicité opposée, et que parmi les distributions des photons d'hélicités égales, elle donne plus de poids à la queue de la distribution des masses invariantes, c'est-à-dire celles qui se trouvent aux petites masses invariantes.

Nous ne pouvons pas pour l'instant de comparer cette distribution avec celle qui est donnée en [1], puisqu'il manque les contributions résonantes, et en particulier celle de $B \rightarrow K^*(K\gamma)\gamma$ qui est répartie sur tout le spectre de $m_{\gamma\gamma}$. Il n'a pas été possible de recevoir de la part des auteurs de [1] d'autres distributions que celles qui sont publiées, comme par exemple M_{irred} seule.

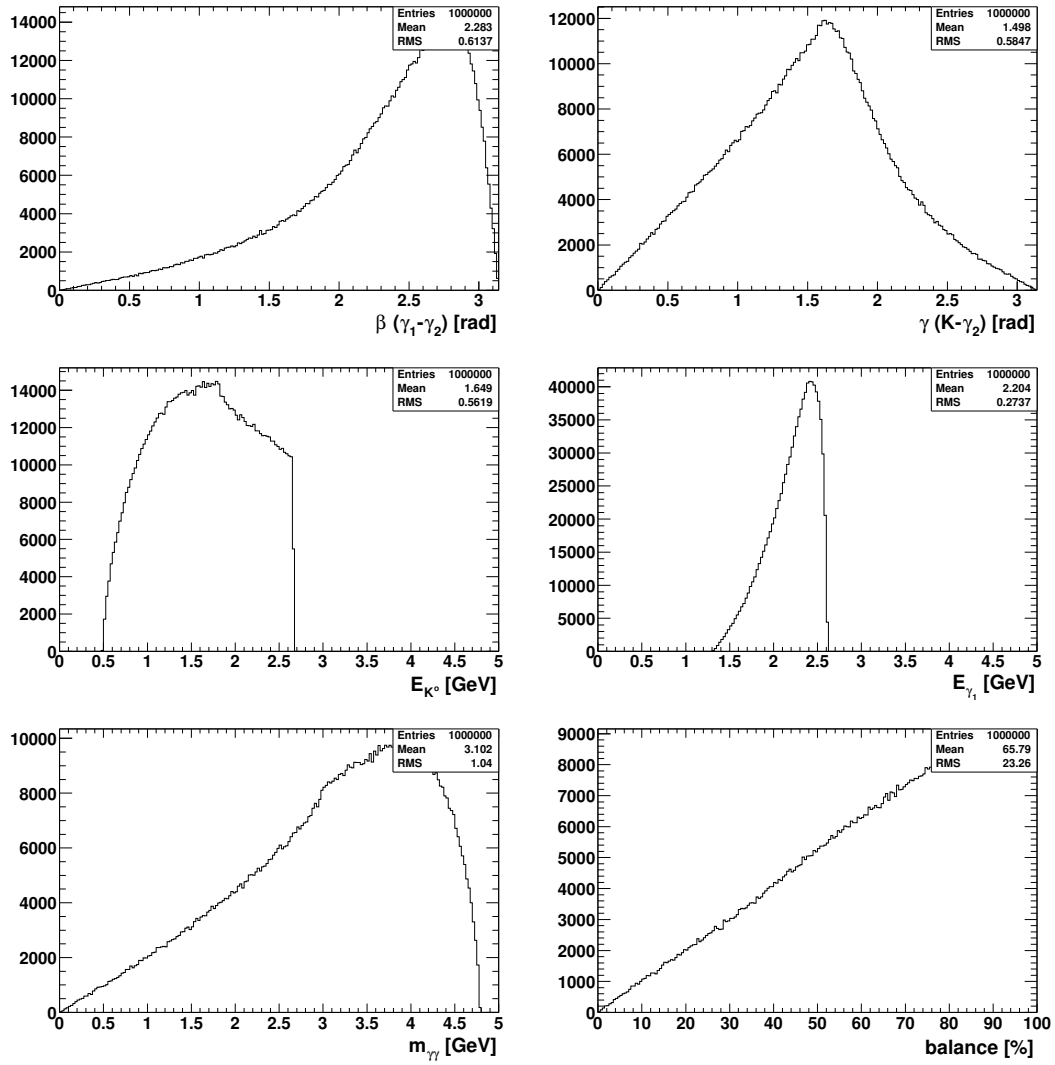


FIG. 15 – Amplitude irréductible seule.

8.2 La contribution du η_c

Nous montrons les résultats de l'amplitude résonante $B \rightarrow K\eta_c(\gamma\gamma)$ prise seule, en Fig. 16. Pour alléger la lecture, nous ne montrons que certaines variables nous permettant de clairement juger de la validité de cette amplitude (donnée en section 7.3). Par exemple on montre la masse invariante des deux photons, qui clairement montre un pic centré sur la masse du η_c comme l'on pouvait s'y attendre, ainsi que l'énergie du Kaon qui, en accord avec le spectre d'une désintégration à deux corps, possède un pic monoénergétique.

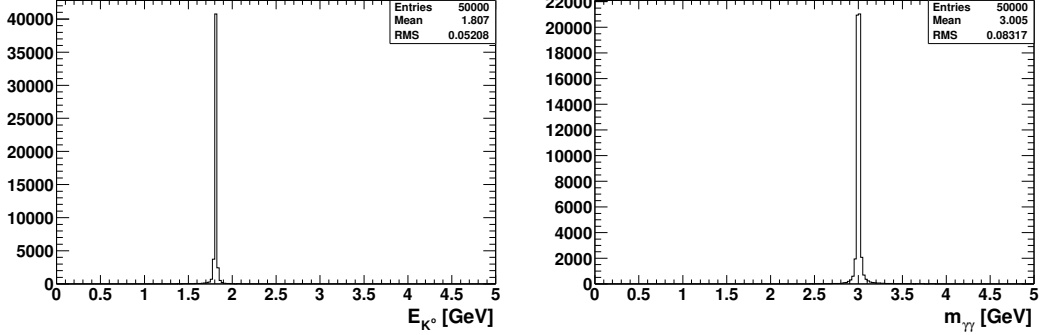


FIG. 16 – Amplitude du η_c , seule contribution.

8.3 La contribution du K^*

Pour étudier cette contribution, nous avons commencé par simuler la cinématique du problème à l'aide d'un fichier USER.DEC qui simule exactement le fait que le B se désintègre d'abord en un $K^*\gamma$, puis le K^* en $K\gamma$, en utilisant le modèle PHSP. Cette fois on ne simule pas la cinématique d'une désintégration à trois corps, mais la cinématique d'une désintégration à deux corps suivie d'une autre désintégration à deux corps. Nous avons obtenu les résultats de la Fig. 17. Ceci nous permet de vérifier que le photon de moins haute énergie est celui qui provient du Kaon, puisqu'il n'y a pas de recouvrement entre les spectres des deux photons. Or, sur la Fig. 17, on sait que le photon γ_2 est celui qui provient du Kaon. Ceci nous prouve que l'on peut considérer que c'est le photon de moins haute énergie γ_2 qui provient du K^* .

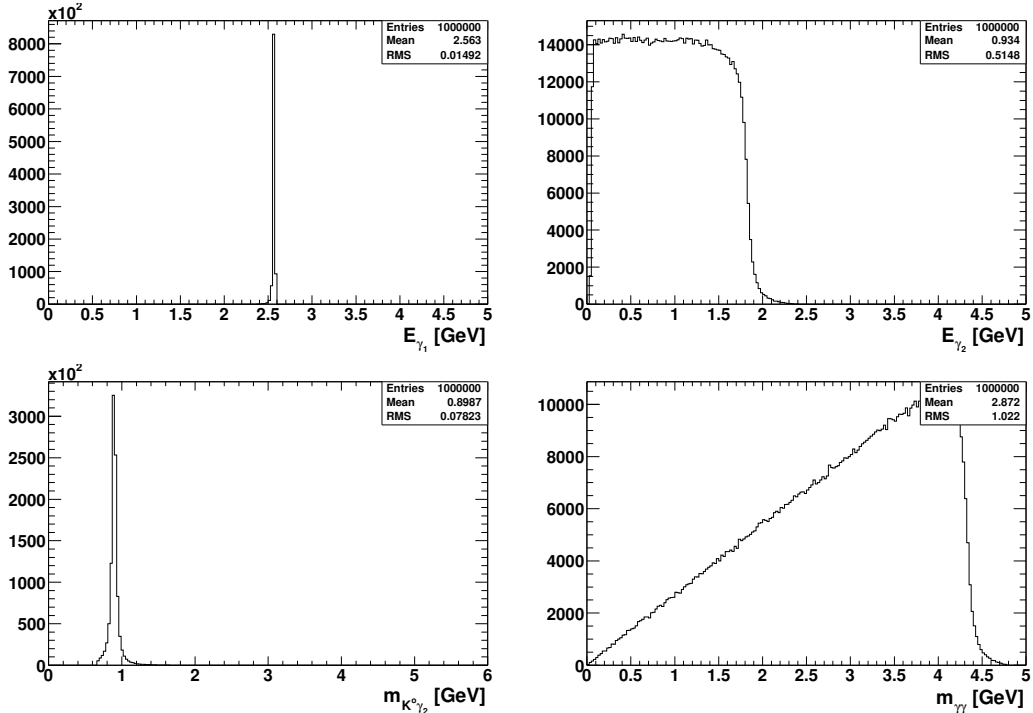


FIG. 17 – Espace de phase de la désintégration $B \rightarrow K^*(K\gamma)\gamma$, variables du CM du B .

On peut séparer l'amplitude pour le K^* (donnée en section 7.4) en deux parties : une courbe de Breit-Wigner qui multiplie le reste de l'amplitude. La courbe de Breit-Wigner est en quelque sorte une fonction δ de Dirac qui tient compte de la largeur de la particule. Si cette courbe est présente dans l'amplitude, elle assure que $q^2 \simeq p_K + p_{\gamma_2}$, elle impose donc la conservation de l'énergie dans ce processus, ce qui correspond à choisir l'espace de phase associé à cette désintégration. On peut voir ceci en utilisant le modèle EvtKgg (et non plus PHSP comme en Fig. 17), mais en activant uniquement la courbe de Breit-Wigner. On obtient le résultat de la Fig. 18. On voit qu'on obtient très exactement les distributions obtenues avec le modèle PHSP, pour un arbre de désintégration spécifié comme étant $B \rightarrow K^*\gamma$ suivi de $K^* \rightarrow K\gamma$. L'une des caractéristiques que l'on peut remarquer est le pic centré sur la masse du K^* sur la distribution de la masse invariante du photon provenant du K^* (le photon de moins haute énergie) et du Kaon.

Nous pouvons ensuite donner les distributions obtenues en implémentant uniquement l'amplitude, mais sans la courbe de Breit-Wigner, pour voir ce que produit cette amplitude (donnée en section 7.4). Ceci sera très utile pour interpréter les distributions obtenues en implémentant l'amplitude complète c'est-à-dire l'amplitude avec la courbe de Breit-Wigner, puisque le résultat sera un produit de convolution de la courbe de Breit-Wigner avec l'amplitude. Cela permettra de tenter d'expliquer le résultat que l'on obtient, qui de prime abord semble curieux. Ces distributions sont montrées en Fig. 19

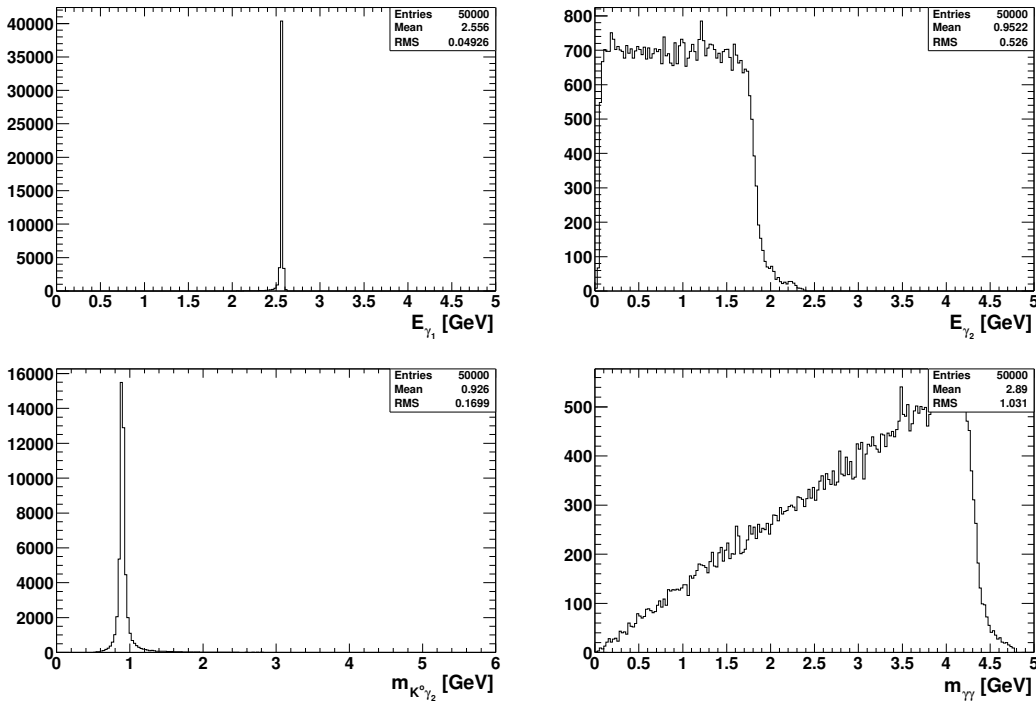


FIG. 18 – Désintégration $B \rightarrow K^*(K\gamma)\gamma$, variables du CM du B , uniquement la courbe de Breit-Wigner.

En Fig.20, on voit les distributions obtenues lorsqu'on "active" seulement l'amplitude pour la contribution résonante du K^* . Il apparaît un fait important : certains événements semblent être "hors espace de phase" (ce qui est évidemment impossible), c'est-à-dire qu'on voit certains événements qui, à priori, sont interdits par l'espace de phase, au regard de la Fig. 18. Il s'agit de la queue de la distribution $m_{K\gamma_2}$, à droite du pic correspondant à la masse du K^* , ainsi que de la queue à gauche du pic du photon γ_1 , censé être monoénergétique puisqu'il provient de la désintégration primaire à deux corps $B \rightarrow K^*\gamma$. Toutes les vérifications ont évidemment été faites dans le code à ce sujet, et l'on n'a pas obtenu de meilleur résultat. D'autres événements curieux (par rapport à l'espace de phase) peuvent être observés sur la distribution de E_{γ_2} entre 0 et 1 GeV sur la Fig. 20, événements qui semblent cette fois diminués par l'amplitude (sans la courbe de Breit-Wigner, représentés en Fig. 19). Une coupure s'imposerait pour vérifier l'hypothèse selon laquelle ces trois groupes d'événements constituent en fait un seul et même groupe.

L'hypothèse la plus favorable est que ces événements "hors espace de phase" sont la conséquence de la convolution de la courbe de Breit-Wigner avec l'amplitude. En effet, on observe sur la Fig. 19 que l'amplitude réduit fortement le pic monoénergétique sur la distribution de E_{γ_1} , et à l'inverse donne un grand poids à la partie entre 1.3 et 2.5 GeV qui en réalité n'est pas interdite par l'espace de phase, mais seulement rendue très

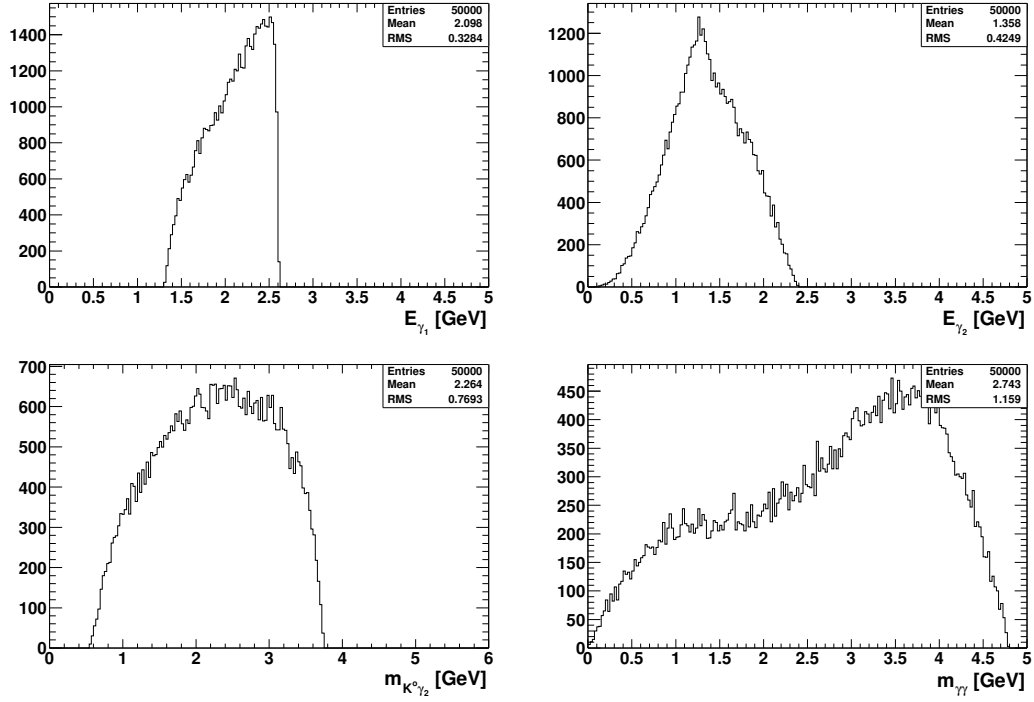


FIG. 19 – Désintégration $B \rightarrow K^*(K\gamma)\gamma$, variables du CM du B , uniquement l'amplitude sans la courbe de Breit-Wigner.

peu probable. La convolution donnerait naissance à la queue visible en Fig. 20, sur la distribution de E_{γ_1} . La même explication peut être donnée pour la queue à droite du pic sur la distribution de $m_{K\gamma_2}$. En effet, sur la distribution de $m_{K\gamma_2}$, on a également la région du pic qui est amoindrie par l'espace de phase, et la région correspondant à la queue augmentée par ce dernier.

Ces distributions ont été montrées à M. Namit Mahajan, co-auteur de [1], qui semble ne pas être étonné par la question. Jusqu'à preuve du contraire, nous pouvons admettre pour l'instant nos résultats.

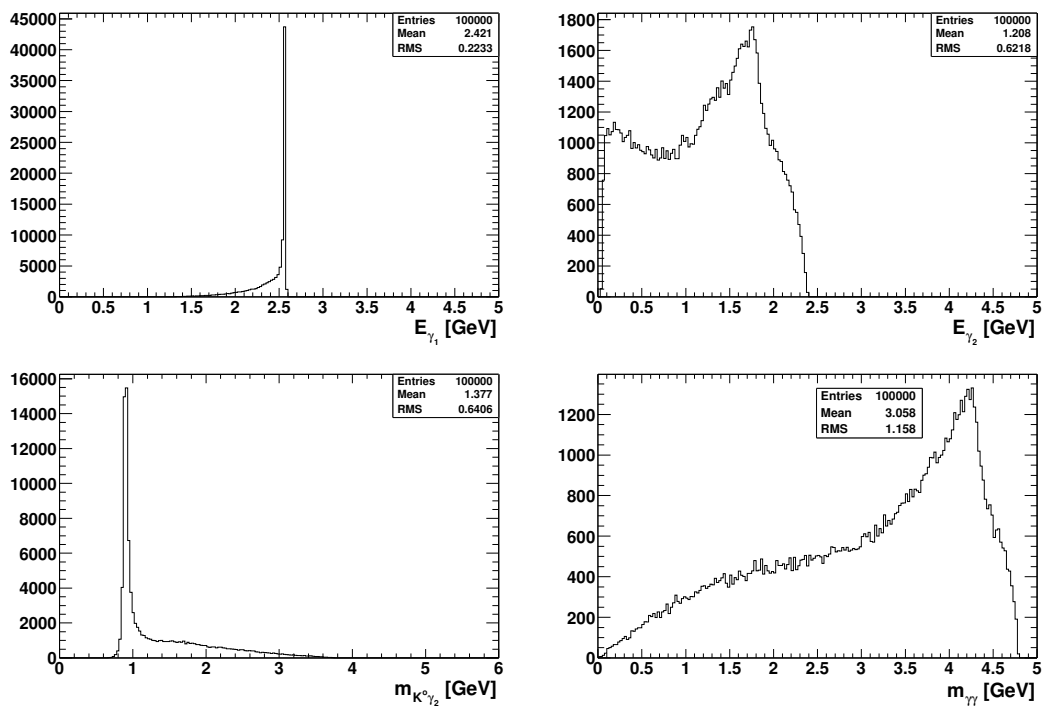


FIG. 20 – Amplitude de la contribution résonante du K^* seule.

8.4 La somme des contributions

Nous allons montrer maintenant le résultat final lorsque l'on tient compte de toutes les résonances (qui excluent η , η' , et η_c à l'heure de la rédaction de ce rapport). Ces résultats sont montrés en Fig. 21. Le résultat qui nous intéresse tout particulièrement est la masse invariante des photons. Comme nous l'avons dit, c'est la seule que nous pouvons comparer avec la référence [1] (le graphe est donnée à nouveau dans ce rapport, en Fig. 2). C'est également la variable la plus intéressante expérimentalement. La toute première chose que l'on peut relever, c'est que cette distribution est de prime abord compatible avec celle qui est donnée par Choudhury et al. dans [1] (mis à part les résonances exclues de ce travail). C'est-à-dire que l'on retrouve bien un accroissement linéaire du nombre d'événements de 0 à 2.3 GeV, puis une chute due à l'interférence destructive avec la contribution η_c , puis le pic correspondant à la masse du η_c , puis une distribution plus importante des événements entre 3 et 4.8 GeV. Par contre, un examen approfondi révèle que cette dernière contribution n'est pas dans une proportion (par rapport à la contribution $m_{\gamma\gamma} \leq 3$ GeV) correspondante à celle que l'on a sur le graphe donné en [1]. En effet, la "bosse" correspondante aux événements entre 3 et 4.8 GeV est plus petite par rapport à celle que l'on voit dans le graphe de Choudhury et al., dans une proportion non négligeable. On peut comparer par exemple $dBr(4 \text{ GeV})$ et $dBr(2 \text{ GeV})$:

$$\begin{aligned} \frac{dBr(4 \text{ GeV})}{dBr(2 \text{ GeV})}(\text{Choudhury}) &= 4.47 \\ \frac{dBr(4 \text{ GeV})}{dBr(2 \text{ GeV})}(\text{Ce travail}) &= 2.52 \pm 0.13 \end{aligned}$$

Il y a un autre fait important à relever. Dans la section 7.3, nous avons mentionné que nous avons mis une valeur absolue dans la courbe de Breit-Wigner correspondant au η_c , pour reproduire ce que nous pensons être une erreur dans la distribution donnée en [1]. En effet, puisqu'une courbe de Breit-Wigner change de signe au passage de la résonance, l'interférence entre la résonance et l'amplitude irréductible devrait changer de signe à cet endroit. On devrait donc avoir une interférence de signe différent avant et après la résonance. Ce n'est pas ce que l'on observe sur la distribution donnée dans Choudhury et al., et une discussion avec M. Namit Mahajan n'a pas pour l'instant éclairé ce problème. D'après [1], la contribution du η_c semble produire une interférence destructive avant et après le passage de la résonance. Si nous appliquons rigoureusement la formule, nous trouvons que l'on obtient une interférence constructive avant le pic. On montre ce résultat en Fig. 22.

Nous avons tenté de trouver d'où pouvait provenir la différence d'importance entre les événements pour $m_{\gamma\gamma} \leq 3$ GeV et $m_{\gamma\gamma} \geq 3$ GeV, sans résultat. Il est impossible de dire d'où vient la différence. Ce que nous pouvons dire, c'est que dans l'état actuel des données à disposition et du matériel de détection utilisé actuellement, cette différence est minime et notre distribution satisfait globalement la courbe obtenue par calcul par Choudhury et al. ; un examen approfondi avec un expert en la question serait bienvenu. Sans douter de la précision des calculs effectués par Choudhury et al., nous pouvons mettre en question leur représentation graphique qui pose déjà un sérieux problème quant au signe de l'interférence du η_c .

Une autre remarque importante à faire est que les auteurs de [1] ne nous ont pas clairement donné l'expression des facteurs de forme $F_i^{BK}(q^2)$ qu'ils ont utilisé dans la publication. Ils nous ont simplement annoncé avoir utilisé un fit polynomial, ce que nous avons fait également. Or, expérience faite, ces facteurs de forme influent beaucoup sur la distribution de $m_{\gamma\gamma}$. Même lorsqu'on utilise un polynôme d'ordre 2 pour le facteur de forme au lieu de 3, alors que le fit ne semble pas trop éloigné des données, la distribution change nettement. Comme il se doit, le facteur de forme a une importance surtout pour q^2 grand, ce qui correspond aux grandes masses invariantes, et c'est justement là que se situent principalement les divergences entre le graphe de Choudhury et al., et le nôtre. Une investigation devra être faite dans ce domaine également. Rajoutons que l'intervalle de q^2 est situé entre 0 et 25 GeV, et que la référence [2] ne donne qu'une représentation graphique entre 0 et 20 GeV. Les désaccords pourraient résulter de cette extrapolation, et comme mentionné ci-dessus c'est exactement dans ce domaine de q^2 élevé qu'ils se situent.

Selon un article récent des mêmes auteurs [6], les incertitudes théoriques sont grandes lors de ce genre de calculs. Ils donnent une estimation grossière typique de 15% pour ces calculs basés sur le modèle des quarks. Ils rappellent que les incertitudes sur les paramètres CKM qui nous concernent sont de l'ordre de 10% (l'article traite de $B \rightarrow K^*\gamma\gamma$, mais les paramètres CKM utilisés sont les mêmes). Une estimation de l'erreur sur le couplage du η_c donnerait même 50%. Néanmoins ces incertitudes ne peuvent expliquer le désaccord entre notre travail et le travail effectué par les auteurs de [1].

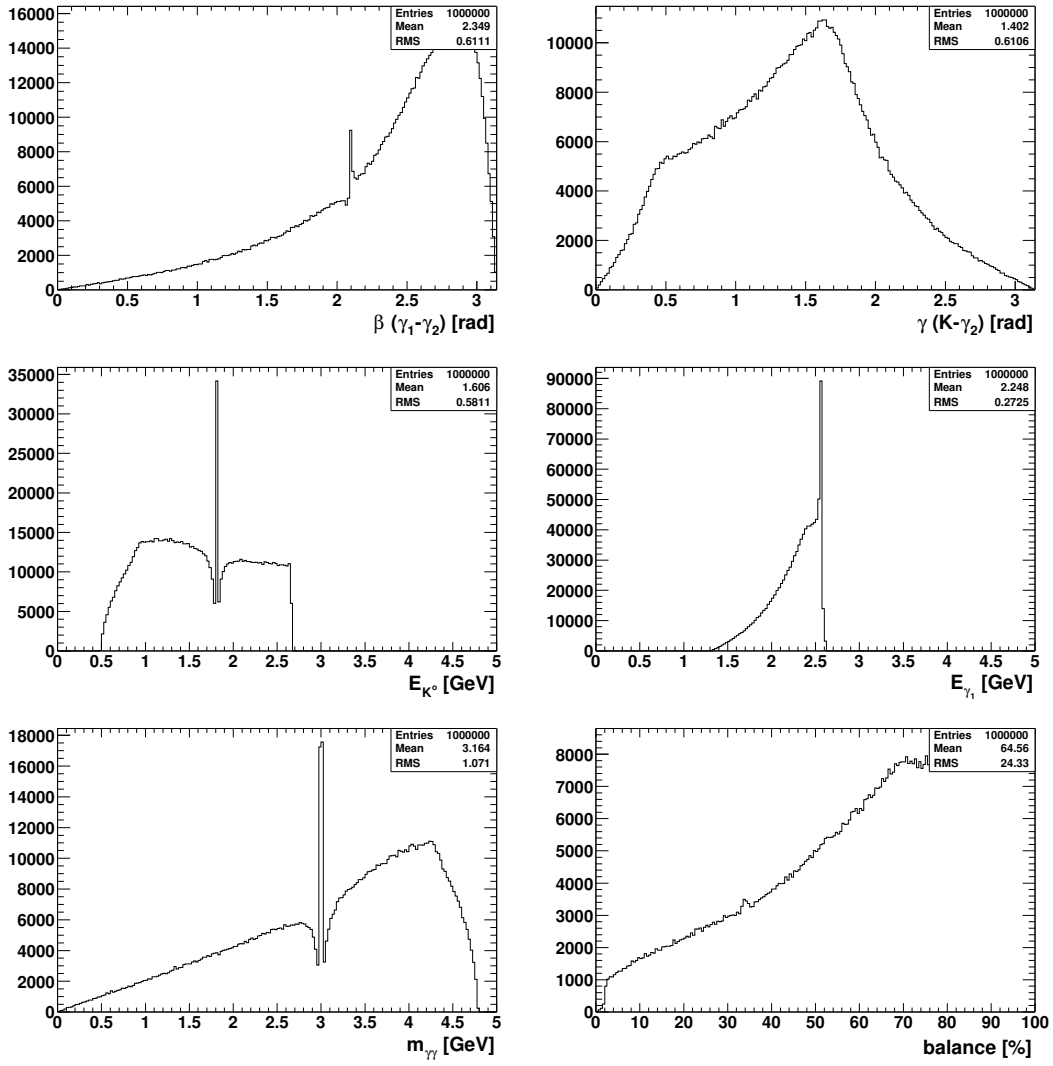


FIG. 21 – Amplitude $B \rightarrow K\gamma\gamma$, somme de M_{irred} , du η_c , et du K^* .

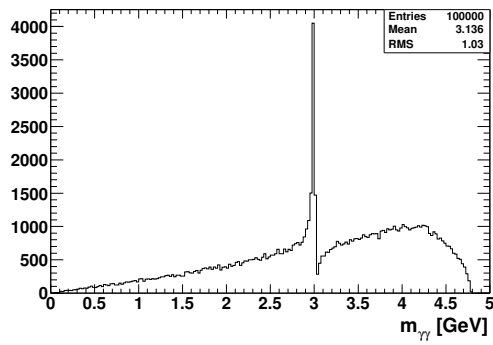


FIG. 22 – Amplitude $B \rightarrow K\gamma\gamma$, somme de M_{irred} , du η_c , et du K^* , avec une interférence différente des deux côtés du pic de résonance.

9 Route à suivre

Cette première version du générateur est satisfaisante dans son ensemble, mais elle mérite un affinage. Tout d'abord, il faudra régler toutes les questions importantes soulevées dans ce rapport. On peut rappeler l'absence de contribution de photons de polarisation opposées, le signe de l'interférence du η_c , ainsi que les événements à priori curieux que nous voyons dans les distributions du K^* . La plupart de ces questions devraient être réglées à l'aide d'une mise au point théorique avec un expert en la question. Cela permettra de savoir exactement où se situe l'erreur s'il y en a une. Il s'agira également d'être sûr que nous utilisons les mêmes facteurs de forme que dans la publication, puisque comme nous l'avons dit plus haut, ils influent beaucoup sur la distribution $m_{\gamma\gamma}$.

Il s'agira également de compléter ce générateur avec les résonances que nous n'avons pas encore implémentées. Il s'agit de η' et η'_c , et on pourra éventuellement implémenter η pour être complet, même si pour les raisons indiquées en section 4.1 il semble ne pas être utile de l'implémenter.

En dernier lieu nous résoudrons des détails techniques, comme l'ajout de paramètres variables à ce modèle, permettant par exemple de choisir les constantes de couplage des résonances, et de choisir les paramètres qui sont les plus susceptibles de varier avec l'accumulation des données expérimentales au fil du temps. Ceci sera très utile en cas de nouvelle physique : lorsque des données expérimentales seront acquises, on pourra voir quels sont les paramètres qui reproduisent au mieux les données.

10 Conclusion

Nous avons réussi à implémenter un modèle de la désintégration $B \rightarrow K\gamma\gamma$ pour le générateur EvtGen, qui fournit globalement la même distribution de masse invariante des photons que celle qu'obtiennent Choudhury et al. [1]. Même si l'accord n'est pas parfait, les possibilités expérimentales actuelles sont loin d'atteindre le niveau auquel on pourrait voir une différence entre ce que nous obtenons et ce qu'obtiennent les auteurs de [1]. Les remarques faites en section 8.4 nous permettent de juger notre travail, et il semble que l'on puisse considérer pour l'instant que le générateur remplit la plupart des conditions qu'il doit satisfaire. Ce générateur prend en compte les résonances les plus importantes, et il sera facilement modifiable pour tenir compte des autres résonances. En cela il sera un outil pratique pour tout ce qui concernera la désintégration $B \rightarrow K\gamma\gamma$.

Certaines questions doivent toutefois être résolues avant d'utiliser réellement ce modèle dans le cadre d'une simulation pour une analyse. Ceci devrait être fait dans un futur proche.

11 Remerciements

Je tiens à remercier tous ceux qui ont répondu à mes questions parfois insistantes, pour toutes les parties de ce travail. Particulièrement Thomas Schietinger, Stefano Villa et Dario Zürcher, qui ont fait partie intégrante de cette recherche. Je remercie également les membres de comité BELLE qui m'ont un jour ou l'autre aidé pour quelque subtilité informatique ou autre, parmi eux Christian Jacoby et Luc Hinz. Un grand merci aussi à Katarzyna Zuleta et Yannis Burnier du 7ème étage (LPPC, physique théorique) qui ont répondu à quelques unes de mes questions d'expérimentateur submergé par une théorie du modèle standard dont les subtilités laissent parfois perplexe.

12 ANNEXES

12.1 A : Coefficients numériques utilisés

Etant donné que cette partie se trouve modifiée par la mise à jour (Annexe D), nous la placons après cette dernière, une fois corrigée.

12.2 B : Source complète du modèle EvtKgg

Etant donné que cette partie se trouve modifiée par la mise à jour (Annexe D), nous la placons après cette dernière, une fois corrigée.

12.3 C : Fonctions utilisées dans EvtGen

Nous donnons ici les fonctions que nous utilisons. Nous ne rentrons pas dans les détails du C++, nous ne montrons que les fonctions propres à EvtGen.

Fonction ou variable	Action	Agit sur ou renvoie	Commentaire
EvtComplex EvtVector4R EvtVector4C EvtTensor4C EvtParticle			nombre complexe 4-vect. réel 4-vect. complexe tens. 2x2 complexe particule générée
getDaug() getP4Lab() boostTo(v1,v2)	Saisit la fille d'une particule, saisit le 4-vecteur (E, \vec{p}) d'une particule, renvoie un boost du vecteur (ou tenseur) v1 par un vecteur v2,	EvtParticle EvtParticle EvtVector4R,4C EvtTensor4C	
epsParentPhoton(i)	saisit le vecteur de polarisation i d'un photon,	EvtParticle	réf. de la mère
conj()	effectue la conjugaison complexe,	EvtComplex EvtVector4C EvtTensor4C	
dual(T)	renvoie le dual $\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}T_{\gamma\delta}$ d'un tenseur $T^{\gamma\delta}$ en abaissant les indices de $T^{\gamma\delta}$,	EvtTensor4C	conv. : $\epsilon_{0123} = +1$
directProd(a,b) cont1(v)	renvoie le produit direct $a^\mu b^\nu$, effectue la contraction du premier indice d'un tenseur $T^{\gamma\delta}$ avec un vecteur v^μ ,	EvtVector4R,4C EvtTensor4C	ex : T.cont1(v) est le tenseur $T^{\mu\delta}v_\mu$
cont2(v) cont11(A,B)	idem que ci-dessus avec le 2ème indice, renvoie le tens. résultant de la contraction des 1ers indices de deux tens. $A^{\alpha\beta}$ et $B^{\gamma\delta}$,	idem EvtTensor4C	ex : cont11(A,B) $= A^{\alpha\beta}B_\alpha^\delta$
cont22(A,B) cont(A,B)	idem que ci-dessus avec les 2èmes indices, renvoie la contraction de deux tenseurs c.-à-d. $\text{cont}(A,B) = A^{\mu\nu}B_{\mu\nu}$.	idem idem	Cette fonction n'abaisse pas les indices. Il faut le faire manuellement.

12.4 D : Mise à jour, décembre 2004

Quelques erreurs ont été découvertes depuis l'impression originale du travail de diplôme. Parmi elles, une erreur de codage C++, et essentiellement des fautes de frappes non découvertes dans la référence [1]. Les résultats s'en trouvent changés concernant l'amplitude irréductible, mais aucun changement n'est à signaler concernant les autres contributions. Voici la liste exhaustive des corrections effectuées.

12.4.1 Erreur de codage C++

Un erreur de codage a été retrouvée dans le calcul du propoagateur de quark I_{11} (paragraphe 7.2.3). Mais cette erreur n'est pas importante dans la mesure où l'expression qui nous a été donnée par M. Namit Mahajan concernant I_{11} en fonction de I_{00} était de toute manière erronée. Il faut en effet remplacer, au paragraphe 7.2.3, l'expression

$$I_{11} = \frac{m^2}{q^2} \left[I_{00} - \frac{1}{m^2} \right]$$

par

$$I_{11} = -\frac{1}{2q^2} - \left(\frac{m^2}{q^2} \right) I_{00}$$

On écrit ceci à l'aide de la fonction suivante :

```
-----
EvtComplex EvtKgg::i11(double mss, double s){

    // This function calculates the other quark propagator
    // (see Choudhury et al., Ahmady et al.) corrected

    result = (-1.0/(2.0*s))-((mss*mss)/s)*i00(mss,s);
    return result;

}
-----
```

12.4.2 Erreur de frappe dans la référence [1]

Une faute de frappe dans la référence [1] nous a été signalée tardivement par les auteurs. Il s'agit de l'expression des coefficients A_i pour les quarks i donnés à la page 2 de [1], qui sont donnés également dans l'annexe A de ce travail. Il faut remplacer l'expression

$$A_s = \frac{1}{4}A_c = \frac{1}{4}\{3(C_1 + C_3 - C_5) + (C_2 + C_4 - C_6)\}$$

par

$$A_s = \frac{1}{4}\{3(C_4 + C_3 - C_5) + (C_3 + C_4 - C_6)\}$$

mais l'expression de A_c est bien

$$A_c = 3(C_1 + C_3 - C_5) + (C_2 + C_4 - C_6)$$

et la relation $A_s = \frac{1}{4}A_c$ n'est donc pas valable.

Cette erreur était difficile à découvrir puisqu'elle est aussi présente dans l'article concernant $B \rightarrow K^*\gamma\gamma$ [6], des mêmes auteurs.

12.4.3 Facteurs de forme du courant $B \rightarrow K$

Une différence existe entre les facteurs de forme que nous avons utilisés, et ceux qui ont été utilisés par les auteurs de [1]. Ceci ne constitue pas vraiment une erreur, mais rend compte de différences pouvant exister entre les résultats des auteurs de [1] et les nôtres. Cette différence est très minime, et provient des équations utilisées dans la référence [2] concernant ces facteurs de forme.

Pour ce travail, nous avons relevé les points de la figure 5 de la référence [2] et fait un fit de ces points, ce qui nous a donné la dépendance de F_1^{BK} en fonction de q^2 (voir paragraphe 7.2.2), et finalement utilisé la relation 3.12 de [2] pour trouver l'expression de F_0^{BK} (qui n'est valable que dans la limite "Heavy Quark Symmetry") :

$$F_0^{BK}(q^2) = F_1^{BK}(q^2) \left[1 - \frac{q^2}{(M_B + M_K)^2} \right]$$

Les auteurs de [1] ont effectué également un fit des points donnés dans [2], que nous donnons en Fig. 23 et qui est à comparer avec la Fig. 14 de ce travail.

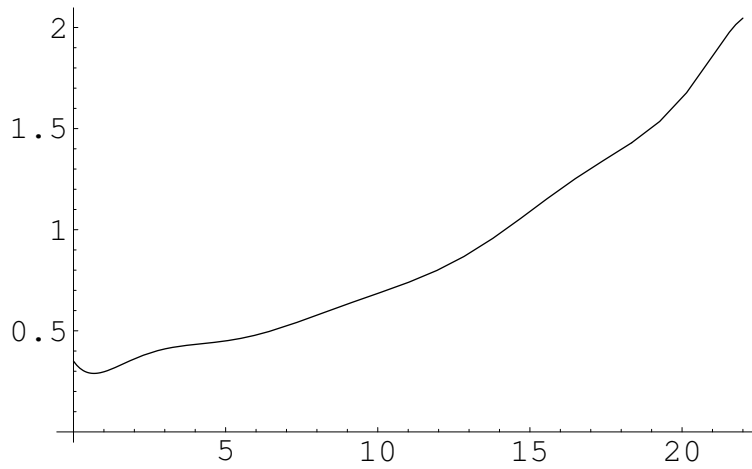


FIG. 23 – Facteur de forme utilisé par Choudhury et al.

Ils ont ensuite utilisé la relation

$$f_-(q^2) \simeq f_+(q^2)$$

donnée à la page 1573 (Pour $P \rightarrow P$ form factors) de [2], et la relation 2.28 du même article, ce qui conduit à la relation suivante entre F_1^{BK} et F_0^{BK} :

$$F_0^{BK}(q^2) = F_1^{BK}(q^2) \left[1 - \frac{q^2}{M_B^2 - M_K^2} \right]$$

dont l'implémentation se fait selon la manière suivante :

```
-----
// Calculation of the form factor F1BK(q2)
double FOBK = F1BK*(1-q2/(mbpm*mbpm-mkpm*mkpm));
-----
```

Il est à noter que cette modification ne change que peu le facteur de forme, puisqu'on a $M_B \gg M_K$.

12.4.4 Nouveaux résultats

Nous montrons ici les résultats des simulations obtenus après les corrections mentionnées ci-dessus. Tout d'abord, nous montrons en Fig. 24 la distribution obtenue avec l'amplitude irréductible en fonction de la masse invariante des deux photons (à comparer avec la Fig. 15 de ce travail). Ce graphe peut être mis sous une

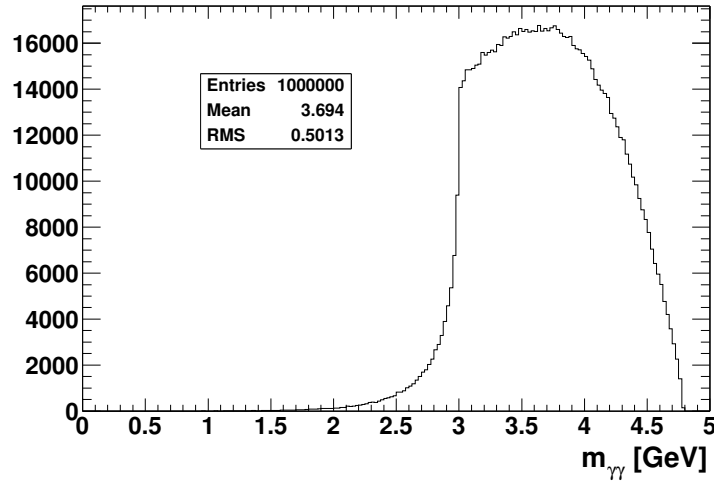


FIG. 24 – Nouvelle distribution de masse invariante des deux photons pour M_{irred}

autre forme, en fonction de q^2 , ce qui est utile pour comparer avec le graphe donné en figure 4 de la référence [8] (courbe à l'extrême inférieure). On voit qu'on obtient exactement la même forme de courbe. L'axe des ordonnées est inutile à comparer, puisque nous choisissons le nombre d'événements que nous voulons et donc nous choisissons le facteur de banchement.

Après la parution de [8], les auteurs de [1] ont fait des vérifications qui ont conduit à une reprise de leurs résultats, et leurs travaux ont montré que la courbe ci-dessus était correcte. Un erratum à [1] sera publié prochainement. Nos résultats concernant l'amplitude irréductible sont exactement conformes à ceux de Choudhury et al.

Le facteur de branchement est lui aussi modifié par les modifications sur les travaux de Choudhury et al., et sa valeur tombe de deux ordres de grandeur, c'est-à-dire autour de 10^{-9} . La contribution irréductible devient donc largement dominée par les autres contributions. L'espoir de la détecter est quasiment nul, pour autant que le modèle standard soit satisfait. Le générateur sera néanmoins extrêmement utile pour étudier les autres contributions.

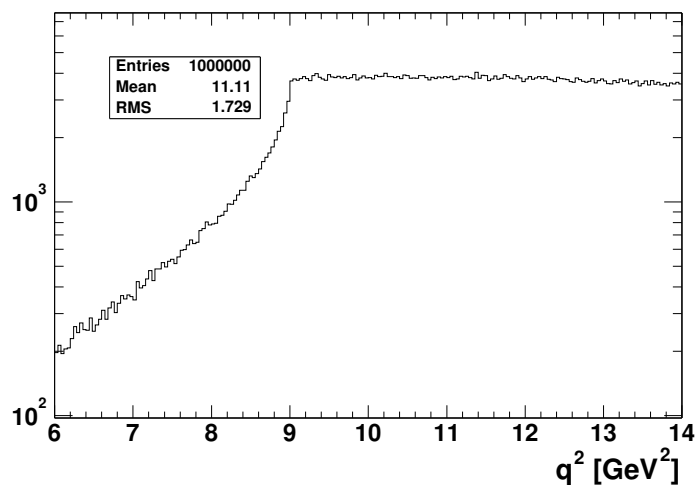


FIG. 25 – Distribution de q^2 pour M_{irred}

12.5 A (corrigé) : Coefficients numériques utilisés

Voici les constantes numériques utilisés pour l'implémentation du générateur. Etant donné que nous avons parfois utilisé des valeurs légèrement différentes de celles utilisées par Choudhury et al. [1], nous avons précisé les changements lorsque c'était le cas.

Coeff num. utilisés dans [1]	Coeff. num. utilisés dans ce travail	Nom de variable	Commentaires
$\alpha(m_B) = \frac{1}{130}$ $G_F = 1.16 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ non spécifié	idem $G_F = 1$ (ne change que la normalisation) $e = 0.3$	alpha GF e1	const. de couplage électromagnétique const. de Fermi charge de l'électron
$A = 0.8$ $\lambda = 0.22$ $\eta = 0.34$			param. de Wolfenstein param. de Wolfenstein param. de Wolfenstein
$V_{tb} = 1$ $V_{ts} = -A\lambda^2$ $V_{cb} = A\lambda^2$ $V_{cs} = 1 - \frac{\lambda^2}{2}$	idem idem idem idem	vtb vts vcb vcs	CKM param. CKM param. CKM param. CKM param.
$m_u = 0 \text{ GeV}$ $m_c = 1.5 \text{ GeV}$ $m_t = 175 \text{ GeV}$ $m_d = 0 \text{ GeV}$ $m_s = 0.15 \text{ GeV}$ $m_b = 4.8 \text{ GeV}$	$m_u = 0.003 \text{ GeV}$ idem idem $m_d = 0.0065 \text{ GeV}$ idem idem	mu mc mt md ms mb	masse du quark u masse du quark c masse du quark t masse du quark d masse du quark s masse du quark b
$m_{B^0} = 5.2792 \text{ GeV}$ $m_{K^0} = 0.4976 \text{ GeV}$ $m_{\eta_c} = 3 \text{ GeV}$ $m_{K^{*0}} = 0.896 \text{ GeV}$	idem idem idem idem	mbpm mkpm metac mkstar	masse du B^0 masse du K^0 masse du η_c masse du K^{*0}
$\Gamma_{\text{total}}^{\eta_c} = 13 \text{ MeV}$ $\Gamma_{\text{total}}^{K^{*0}} = 50.5 \text{ MeV}$	idem idem	Getac Gkstar	largeur totale du η_c largeur totale du K^{*0}
$B_{\eta_c} = 2.74 \cdot 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$ $f_{\eta_c} = 0.35 \text{ GeV}$	idem idem	Beta_c feta_c	couplage $\eta_c \rightarrow \gamma\gamma$ couplage $ 0\rangle \rightarrow \eta_c\rangle$
$g^{\gamma} = 0.384916 \text{ GeV}^{-1}$ $F^i = 0.9$	idem idem	gi Fi	couplage $K^{*0} \rightarrow K^0\gamma$ couplage $B \rightarrow K^{*0}\gamma$
$C_1 = -0.222$ $C_2 = 1.09$ $C_3 = 0.010$ $C_4 = -0.023$ $C_5 = 0.007$ $C_6 = -0.028$ $C_7 = -0.301$ $C_8 = -0.144$	idem idem idem idem idem idem idem idem	c1 c2 c3 c4 c5 c6 c7 c8	coefficient de Wilson coefficient de Wilson coefficient de Wilson coefficient de Wilson coefficient de Wilson coefficient de Wilson coefficient de Wilson coefficient de Wilson
$A_u = 3(C_3 - C_5) + (C_4 - C_6)$ $A_d = \frac{1}{4}A_u$ $A_c = 3(C_1 + C_3 - C_5) + (C_2 + C_4 - C_6)$ $A_s = 3(C_4 + C_3 - C_5) + (C_3 + C_4 - C_6)$ $A_b = A_s$	idem idem idem idem idem	au ad ac as ab	corrigé dans l'Annexe D
$B = -\frac{1}{4}(3C_6 + C_5)$ $C = B$	idem idem	B C	

12.6 B (corrigé) : Source complète du modèle EvtKgg

```
//-----  
//  
// Environment:  
//     This software is part of the EvtGen package developed jointly  
//     for the BaBar and CLEO collaborations.  If you use all or part  
//     of it, please give an appropriate acknowledgement.  
//  
// Copyright Information: See EvtGen/COPYRIGHT  
//     Copyright (C) 2004     Caltech, UCSB  
//  
// Module: EvtKgg.cc  
//  
// Description: B ==> K gamma gamma, model:   Choudhury et al.  
//           Phys. Rev. D67,  
//           074016 (2003)  
//  
// Modification history:  
//  
// Mathias Knecht   June 24, 2004           Module created  
//  
//-----  
  
#include <stdlib.h>  
#include <iostream>  
#include <string>  
#include "EvtGenBase/EvtParticle.hh"  
#include "EvtGenBase/EvtGenKine.hh"  
#include "EvtGenBase/EvtPDL.hh"  
#include "EvtGenBase/EvtReport.hh"  
#include "EvtGenBase/EvtVector4R.hh"  
#include "EvtGenBase/EvtVector4C.hh"  
#include "EvtGenBase/EvtPhotonParticle.hh"  
#include "EvtGenBase/EvtTensor4C.hh" #include "EvtKgg.hh"  
  
// Constants  
EvtComplex I(0,1);           // imaginary number  
double alpha = (1.0/130.0); // (see Choudhury,  
                           // Phys. Lett. B 580 (2004) 177-185)  
  
double GF = 1.0;  
double e1 = 0.3;  
  
// CKM parameters (Wolfenstein parametrization) A=0.8, lambda=0.22  
double vtb = 1.0;  
double vts = -0.8*(0.22*0.22);  
double vcb = -vts;  
double vcs = 1.0-(pow(0.22,2)/2.0);  
  
// Mass of the quarks  
double mu = 0.003; // mass of the u (GeV)  
double mc = 1.5;   // mass of the c (GeV)  
double mt = 175.0; // mass of the t (GeV)  
double md = 0.0065; // mass of the d (GeV)  
double ms = 0.15;  // mass of the s (GeV)  
double mb = 4.8;   // mass of the b (GeV)
```

```

// Mass and widths of the final or intermediate state particles
double mbpm = 5.2792; // mass of the B0(GeV)
double mkpm = 0.4976; // mass of the K0 (GeV)
double metac = 3.0; // mass of the eta_c (GeV)
double mkstar = 0.896; // mass of the K*0 (GeV)

double Gkstar = 0.0505; // width of the K*0(GeV)
double Getac = 0.013; // width of the eta_c (GeV)

// Some coupling constants (as in Choudhury et al.)
double Beta_c = 0.00274;
double feta_c = 0.35 ;
double gi = 0.384916;
double Fi = 0.9;

// Wilson coefficients evaluated at the scale of mb (mass of the b-quark)
double c1 = -0.222;
double c2 = 1.09;
double c3 = 0.010;
double c4 = -0.023;
double c5 = 0.007;
double c6 = -0.028;
double c7 = -0.301;
double c8 = -0.144;

// Aq coefficients for 5 quarks
double au = 3.0*(c3-c5)+(c4-c6);
double ad = 0.25*(3.0*(c3-c5)+(c4-c6));
double ac = 3.0*(c1+c3-c5)+c2+c4-c6;
double as = 0.25*(3.0*(c4+c3-c5)+c3+c4-c6); // ATTENTION ! there is a misprint in the paper
double ab = as;

double B = -0.25*(3.0*c6+c5);
double C = B;

EvtKgg::~EvtKgg() {}

void EvtKgg::getName(std::string& model_name){

    model_name="Kgg";

}

EvtDecayBase* EvtKgg::clone(){

    return new EvtKgg;

}

void EvtKgg::init(){

    // check that there are 0 arguments

```

```

checkNArg(0);

// check that there are 3 daughters

checkNDaug(3);

checkSpinParent(EvtSpinType::SCALAR);

checkSpinDaughter(0,EvtSpinType::SCALAR);
checkSpinDaughter(1,EvtSpinType::PHOTON);
checkSpinDaughter(2,EvtSpinType::PHOTON);

}

void EvtKgg::initProbMax(){

// For development: not needed.
//setProbMax(0.25);

}

EvtComplex EvtKgg::i00(double mss, double s){

// This function calculates the quark propagator
// (see Choudhury et al., Ahmady et al.)

double m42= 4*mss*mss;
double arg = s/(m42);
EvtComplex result(0,0);

if ( s <= m42 ){
EvtComplex result = (-2.0/s)*pow(asin(sqrt(arg)),2);
return result;
}

if ( s > m42 ){

EvtComplex result = (2.0/s)*(log(sqrt(arg)+sqrt(arg-1))-I*EvtConst::pi/2)
                    *(log(sqrt(arg)+sqrt(arg-1))-I*EvtConst::pi/2);
return result;
}

}

EvtComplex EvtKgg::i11(double mss, double s){

// This function calculates the other quark propagator
// (see Choudhury et al., Ahmady et al.)

EvtComplex result1(0,0);

EvtComplex result1 = (-1.0/(2.0*s))-((mss*mss)/s)*i00(mss,s);

```

```

    return result1;
}

EvtTensor4C EvtKgg::lowindex(EvtTensor4C tensorh){

// This function lowers the two indexes of a Complex-2nd rank-Tensor
// with respect to g=(1, -1, -1, -1).
EvtTensor4C tensorl;

tensorl.set(0,0,tensorh.get(0,0));
tensorl.set(1,1,tensorh.get(1,1));
tensorl.set(2,2,tensorh.get(2,2));
tensorl.set(3,3,tensorh.get(3,3));
tensorl.set(0,1,-tensorh.get(0,1));
tensorl.set(0,2,-tensorh.get(0,2));
tensorl.set(0,3,-tensorh.get(0,3));
tensorl.set(1,0,-tensorh.get(1,0));
tensorl.set(2,0,-tensorh.get(2,0));
tensorl.set(3,0,-tensorh.get(3,0));
tensorl.set(1,2,tensorh.get(1,2));
tensorl.set(1,3,tensorh.get(1,3));
tensorl.set(2,3,tensorh.get(2,3));
tensorl.set(2,1,tensorh.get(2,1));
tensorl.set(3,1,tensorh.get(3,1));
tensorl.set(3,2,tensorh.get(3,2));
return tensorl;
}

```

```

void EvtKgg::decay(EvtParticle *p){

// Generation of kinematics

p->initializePhaseSpace(getNDaug(),getDaugs());

//-definitions-----

// Description of the particles (the daughters)

EvtParticle *k,*g1,*g2;
k = p->getDaug(0); // the kaon
g1 = p->getDaug(1); // the first photon (not distinguished at this time)
g2 = p->getDaug(2); // the second photon (not distinguished at this time)

//-extraction of the 4-vectors-----

// Extraction of the 4-vectors of the B and the K (spin 0)
EvtVector4R pbtemp = p->getP4Lab(); // 4-vector of the B (the mother) B+, B- or B0
EvtVector4R pktemp = k->getP4Lab(); // 4-vector of the K

// Extraction of the 4-vectors of the two photons ("spin" 1)
EvtVector4R k1temp = g1->getP4Lab(); // 4-vector of the first photon
EvtVector4R k2temp = g2->getP4Lab(); // 4-vector of the second photon

```



```

// Boost to the B frame
EvtVector4R mpb(pbtemp.get(0),-pbtemp.get(1),-pbtemp.get(2),-pbtemp.get(3));

EvtVector4R pb = boostTo(pbtemp,mpb);
EvtVector4R pk = boostTo(pktemp,mpb);
EvtVector4R k1 = boostTo(k1temp,mpb);
EvtVector4R k2 = boostTo(k2temp,mpb);

// Extraction of the polarization vectors of the photons g1 and g2 for two
// different polarization states

EvtVector4C e10 = g1->epsParentPhoton(0); // first photon, state 0
EvtVector4C e11 = g1->epsParentPhoton(1); // first photon, state 1
EvtVector4C e20 = g2->epsParentPhoton(0); // second photon, state 0
EvtVector4C e21 = g2->epsParentPhoton(1); // second photon, state 1

// Calculate complex conjugate

EvtVector4C e10star = e10.conj();
EvtVector4C e11star = e11.conj();
EvtVector4C e20star = e20.conj();
EvtVector4C e21star = e21.conj();

//-----
//-Preliminary calculations to the amplitude-----

// Momentum transfer
EvtVector4R q = k1 + k2; // transfer momentum: q
double q2 = q*q; // q squared

// FOBK(q2) form factor calculation (see Choudhury et al.), best fit (ploynom 3rd degree)
double F1BK = 0.342+0.0228*q2+0.000218*q2*q2+0.0000948*q2*q2*q2;

// F1BK(q2) form factor calculation
double FOBK = F1BK*(1-q2/(mbpm*mbpm-mkpm*mkpm));
// FOBK(q2) evaluated at the eta_c mass scale
double F0metac = (0.342+0.0228*pow(metac,2)+0.000218*pow(metac,4)
+0.0000948*pow(metac,6))*(1-pow(metac,2)/(mbpm*mbpm-mkpm*mkpm));

// Matrix element number 1
EvtVector4R mat1 = (( pb + pk ) - ( ( pow(mbpm,2)-pow(mkpm,2) ) / (q2) ) * q ) * F1BK
+ ( ( pow(mbpm,2)-pow(mkpm,2) ) / (q2) ) * q * FOBK ;

// Matrix element number 2
double mat2 = (1/(mb-ms))*(pow(mbpm,2)-pow(mkpm,2))*FOBK;

// Quarks propagators, calculated in the i00 and i11 functions (see before)
EvtComplex Ju = i11(mu,q2);
EvtComplex Jc = i11(mc,q2);

```

```

EvtComplex Jd = i11(md,q2);
EvtComplex Js = i11(ms,q2);
EvtComplex Jb = i11(mb,q2);

EvtComplex i00b = i00(mb,q2);
EvtComplex i00s = i00(ms,q2);

EvtComplex Ks = 4*Js - i00s;
EvtComplex Ls = i00s;
EvtComplex Kb = 4*Jb - i00b;
EvtComplex Lb = i00b;

// Sum with Wilson coefficients evaluated at the mb mass scale
EvtComplex Sum = au*Ju+ac*Jc+ad*Jd+as*Js+ab*Jb;

//-----Tensor elements calculation-----

// Scalar 4-vector product with the photon 4-vectors k=(|p|,p)
double k1k2 = k1*k2;

// Dual of the direct product of k1 and k2
EvtTensor4C D = dual( directProd( k1 , k2 ) );

// Calculation of T tensor
EvtTensor4C T = directProd( k2 , k1 )-(k1k2)*EvtTensor4C::g();

// Contraction of D with mat1
EvtVector4C F = D.cont2(mat1);

// contraction of R (see Choudhury) with mat1
EvtTensor4C G = directProd( F , k1 ) - directProd( k2 , F )
               + (k1k2)*dual(directProd(mat1, k2-k1));

//-----
// Calculation of the amplitude, for each combination of
// polarization state for the photons
//-----

//*****
// Conservation of angular momentum
//*****

//vertex(0,0,e10*e20); // both photons have same polarization state
//vertex(0,1,e10*e21); // both photons have different polarization state
//vertex(1,0,e11*e20); // both photons have different polarization state
//vertex(1,1,e11*e21); // both photons have same polarization state

//*****
// M_IRREDUCTIBLE
//*****

double couplirr = (16.0*sqrt(2.0)*alpha*GF*vts*vtb)/(9.0*EvtConst::pi);

```

```

EvtTensor4C Mirrtemp = couplirr*(0.5*Sum*G + 0.5*mat2*(I*B*(ms*Ks + mb*Kb)*T
      + C*(mb*Lb - ms*Ls)*D));
EvtTensor4C Mirr = lowindex(Mirrtemp);

EvtComplex amp00 = cont(directProd (e10star,e20star) , Mirr );
EvtComplex amp01 = cont(directProd (e10star,e21star) , Mirr );
EvtComplex amp10 = cont(directProd (e11star,e20star) , Mirr );
EvtComplex amp11 = cont(directProd (e11star,e21star) , Mirr );

//vertex(0,0,amp00);
//vertex(0,1,amp01);
//vertex(1,0,amp10);
//vertex(1,1,amp11);

//*****
// Resonance ETA_C
//*****

double coupleta_c = 2.0*vts*vtb*(GF/sqrt(2.0))*Beta_c*feta_c*F0metac
      *(c1+(c2/3.0))*(mbpm*mbpm-mkpm*mkpm);

EvtTensor4C Meta_ctemp = coupleta_c*(1.0/(fabs(q2-metac*metac)+I*metac*Getac))*D;

EvtTensor4C Meta_c = lowindex(Meta_ctemp);

EvtComplex ampetac00 = cont(directProd (e10star,e20star), Meta_c );
EvtComplex ampetac01 = cont(directProd (e10star,e21star), Meta_c );
EvtComplex ampetac10 = cont(directProd (e11star,e20star), Meta_c );
EvtComplex ampetac11 = cont(directProd (e11star,e21star), Meta_c );

//vertex(0,0,ampetac00);
//vertex(0,1,ampetac01);
//vertex(1,0,ampetac10);
//vertex(1,1,ampetac11);

//*****
// Resonance K STAR
//*****

double couplkstar = (-1.0)*mb*el*gi*Fi*4.0*c7*(GF/(16.0*pow(EvtConst::pi,2)
      *sqrt(2.0)))*vcb*vcs;

// Breit-Wigner
EvtComplex breitwignkst1 = (1.0/((pk+k2).mass2()-mkstar*mkstar+I*mkstar*Gkstar));
EvtComplex breitwignkst2 = (1.0/((pk+k1).mass2()-mkstar*mkstar+I*mkstar*Gkstar));

// Tensor elements

EvtTensor4C E = (-1.0)*I*dual( directProd( k1 , pk+k2 ) )
      - ((pk+k2)*k1)*EvtTensor4C::g() + directProd( pk+k2 , k1 );
EvtTensor4C Z = breitwignkst1*(EvtTensor4C::g() - (1.0/(mkstar*mkstar))
      *directProd( pk+k2 , pk+k2 ));
EvtTensor4C A = dual( directProd( k2 , pk+k2 ));

```

```

EvtTensor4C Mktemp = couplkstar*cont22( E , cont11(A,Z) );

EvtTensor4C Mk = lowindex(Mktemp);

// k1<->k2
EvtTensor4C Ep = (-1.0)*I*dual( directProd( k2 , pk+k1 ) )
- ((pk+k1)*k2)*EvtTensor4C::g() + directProd( pk+k1 ,k2 );
EvtTensor4C Zp = breitwignkst2*(EvtTensor4C::g() - (1.0/(mkstar*mkstar))
*directProd( pk+k1 , pk+k1 ));
EvtTensor4C Ap = dual( directProd( k1 , pk+k1 ) );
EvtTensor4C Mktemppp = couplkstar*cont22( Ep , cont11(Ap,Zp) );

// Matrix transposition mu<->nu
EvtTensor4C Mktempp;
Mktempp.set(0,0,Mktemppp.get(0,0));
Mktempp.set(1,1,Mktemppp.get(1,1));
Mktempp.set(2,2,Mktemppp.get(2,2));
Mktempp.set(3,3,Mktemppp.get(3,3));
Mktempp.set(1,0,Mktemppp.get(0,1));
Mktempp.set(2,0,Mktemppp.get(0,2));
Mktempp.set(3,0,Mktemppp.get(0,3));
Mktempp.set(0,1,Mktemppp.get(1,0));
Mktempp.set(0,2,Mktemppp.get(2,0));
Mktempp.set(0,3,Mktemppp.get(3,0));
Mktempp.set(2,1,Mktemppp.get(1,2));
Mktempp.set(3,1,Mktemppp.get(1,3));
Mktempp.set(3,2,Mktemppp.get(2,3));
Mktempp.set(1,2,Mktemppp.get(2,1));
Mktempp.set(1,3,Mktemppp.get(3,1));
Mktempp.set(2,3,Mktemppp.get(3,2));

EvtTensor4C Mkconj = lowindex(Mktempp);

EvtComplex ampkstar00 = cont( Mk + Mkconj, directProd( e10star , e20star ) );
EvtComplex ampkstar01 = cont( Mk + Mkconj, directProd( e10star , e21star ) );
EvtComplex ampkstar10 = cont( Mk + Mkconj, directProd( e11star , e20star ) );
EvtComplex ampkstar11 = cont( Mk + Mkconj, directProd( e11star , e21star ) );

//*****
// Amplitude calculation
//*****

vertex(0,0,amp00+ampetac00+ampkstar00); // both photons have same polarization state
vertex(0,1,amp01+ampetac01+ampkstar01); // both photons have different polarization state
vertex(1,0,amp10+ampetac10+ampkstar10); // both photons have different polarization state
vertex(1,1,amp11+ampetac11+ampkstar11); // both photons have same polarization state

return;
}

```

Références

- [1] S. R. Choudhury, G. C. Joshi, Namit Mahajan, and B. H. J. McKellar, Phys. Rev. D **67**, 074016 (2003).
- [2] H. Y. Cheng, C. Y. Cheung, and C. W. Hwang, Phys. Rev. D **55**, 1559 (1997).
- [3] M. R. Ahmady, E. Kou, and A. Sugamoto, Phys. Rev. D **57**, 1997 (1998).
- [4] J. Wicht, travail de diplôme effectué à l'EPFL, Lausanne, 2004.
- [5] EvtGen user's manual, available on
http://www.slac.stanford.edu/~lange/EvtGen/rel_alpha-00-11-07/release_dec19_03.html
- [6] S. R. Choudhury, A. S. Cornell, and Namit Mahajan, Phys. Lett. B **580**, 177 (2004)
- [7] Particle Physics Booklet (PDG), July 2002, extracted from Phys. Rev. D **66**, 010001 (2002)
- [8] To be published : G. Hiller, A. S. Safir, J. High Energy Phys, JHEP02 011 (2005)